Часть V. Урок математики

В этой части представлены:

- *схема анализа пункта школьного учебника и примеры такого анализа;*
- *требования к конспекту урока;*
- *технология составления конспекта урока;*
- *конспекты уроков с увеличением самостоятельной работы при изучении нового;*
- *схема анализа урока и пример анализа урока;*
- *планы-конспекты уроков изучения нового материала различными методами;*
- *планы-конспекты уроков различных видов (урок закрепления, обобщающий урок).*

В настоящее время существует множество разнообразных уроков, следовательно, возникает проблема их классификации. М.И. Махмутов предложил классифицировать уроки по цели их организации. Свой выбор автор обосновывает тем, что в основе любой человеческой деятельности лежит целеполагание. Учебная деятельность не должна быть исключением. Классификация М.И. Махмутова предусматривает субъектную деятельность учащихся, значит, при конструировании личностно ориентированных уроков (уроков, на которых учащиеся являются субъектами обучения и собственного развития) желательно опираться именно на эту классификацию.

Сравним классификацию М.И. Махмутова с классификацией, в основе которой лежит дидактическая цель. М.И. Махмутов при делении уроков на типы предлагает опираться *на цели организации занятий*, а затем конкретизировать каждый урок *в соответствии с дидактической целью*. Первая цель имеет более общий и чисто педагогический характер: организовать изучение нового материала, совершенствовать знания, умения, навыки учащихся, а вторая цель уточняет сущность изучения или совершенствования: усвоение новых понятий, применение усвоенного в упражнениях и при решении задач и т. д. Иными словами, дидактическая цель связана с той конкретной целью, которые должны достичь учащиеся на уроке.

Конструирование урока начинается с определения его целей и составления плана урока. *Основная цель* личностно ориентированного урока помимо достижения учащимися определенного учебного результата состоит в обогащении опыта учащихся, связанного с постижением знаний, организацией процесса обучения и самообучения, с рефлексией, т. е. опыта «быть субъектами обучения и собственного развития».

При составлении плана урока опираются на понятия дидактической и методической структуры урока. Так, дидактическая структура уроков изучения нового материала имеет вид:

I. Актуализация знаний.

II. Изучение нового материала.

III. Первичное применение нового материала.

IV. Подведение итогов урока.

Дидактическая структура уроков совершенствования знаний, умений, навыков имеет вид:

I. Актуализация знаний.

II. Совершенствование ЗУН.

III. Подведение итогов урока.

Методическую структуру урока рассматривают в соответствии с этапами базовых методик обучения учащихся математике. ***Технология составления плана урока*** имеет следующие этапы:

1. Выделить дидактическую структуру урока.

2. Проверить, отражает ли каждый пункт плана цель этого этапа.

3. Скорректировать каждый пункт плана, чтобы он отражал математическое содержание и соответствовал базовым методикам обучения учащихся математике.

4. Продумать форму организации деятельности учащихся, чтобы они были субъектами обучения и собственного развития.

Покажем особенности конструирования каждого элемента дидактической структуры урока с позиции личностно ориентированного обучения. При традиционном обучении этап *актуализации знаний* осуществляется либо через опрос учащихся, фронтальную беседу, причем вопросы подбирает сам учитель; либо этот этап отсутствует. На личностно ориентированном уроке этап актуализации начинается с *мотивации* темы урока, поскольку учащимся необходимо понимать, почему именно такое содержание материала выносится на этап актуализации. Сама актуализация может быть связана *с систематизацией и обобщением* ранее изученного; со старым опытом, который необходимо использовать или перестроить. Актуализация знаний при личностно ориентированном обучении также может проходить в виде фронтальной работы. Однако, *во-первых*, она должна осуществляться вокруг ключевых идей, выделенных учащимися (это могут быть названия заголовков разделов учебника или записей в тетрадях, основные вопросы рассматриваемой содержательной линии, ключевые понятия темы и т. д.). *Во-вторых*, вопросы подбираются самостоятельно учащимися. *В-третьих*, учитель старается задействовать все способы кодирования информации, поэтому фронтальная работа проводится с помощью наглядных пособий, с записями на доске, или по специально разработанным заданиям. Часто на основе этих записей учащиеся *конструируют план урока*. Также, составление плана изучения нового материала может опираться на вопросы учащихся в связи с объявленной темой урока, которые записываются на доску, чтобы в них увидеть мотив для деятельности.

Конструирование этапа *изучения нового материала* следует вести в соответствии с требованиями к этапам введения и усвоения дидактических единиц.

На этапе *первичного применения нового материала* при традиционном обучении вся инициатива находится в руках учителя: он предлагает список номеров из учебника, затем вызывает учащегося к доске для решения того или иного примера, тем самым учащиеся, работающие на местах, оказываются в ситуации, когда они вынуждены списывать готовые решения. Таким образом, при традиционном обучении зачастую не учитываются индивидуальные стили работы учащихся, их возможные трудности. Поэтому с позиции личностно ориентированного обучения при решении упражнений важно инициативу передавать в руки учащихся, тем самым последним предоставляется роль ведущих, а не ведомых. Учитель сначала предлагает список номеров из учебника, обсуждает задания и назначение (особенности) каждого номера, организует анализ ситуаций. Затем учащимся предлагается выбрать, какой из номеров им бы хотелось обсудить в классе (свой выбор учащиеся обосновывают). После чего по желанию учащиеся вызываются к доске. Выполнение выбранного номера начинается с анализа условия и поиска решения примера. Затем учащийся у доски осуществляет комментированную запись решения данного примера, поскольку многие учащиеся не могут пропустить этап «внешней речи». И в завершении этапа первичного применения учащимся предоставляется право выбора примеров для самостоятельной работы.

На этапе *совершенствования ЗУН* планируются направления, по которым осуществляется совершенствование (отработка отдельных этапов деятельности, освоение определенных ситуаций применения изученного, изучение особых случаев и т. д.). При личностно ориентированном обучении учащиеся осуществляют обзор и отбор задачного материала, планируют направления совершенствования ЗУН и своего опыта работы (например, опыта самоконтроля, опыта групповой работы и пр.), выбирают способ организации выполнения заданий.

При традиционном *подведении итогов урока* используются следующие варианты:

1. Учитель задает вопросы, касающиеся только материала урока.

2. В качестве итогов называются отметки.

3. Учитель сам перечисляет, что было на уроке.

Если идти по первому пути, то при таком приеме основное назначение этапа подведения итогов — повторение рассмотренного. А при личностно ориентированном обучении назначение этапа подведения итогов состоит в том, чтобы обобщить и систематизировать изученное и возникшие во время урока трудности, повторить пути их преодоления. Для этого учитель должен задать такие вопросы, которые выводят учащихся на этап систематизации и обобщения. Эти вопросы касаются не только материала, но и процесса его изучения.

М.И. Махмутов при описании уроков выделил следующие трудности их конструирования:

1) организация самостоятельной познавательной деятельности учащихся;

2) подбор материала для индивидуальной, групповой, фронтальной работы;

3) обеспечение экономии времени;

4) мотивация деятельности учащихся.

С теми же трудностями сталкивается учитель при конструировании личностно ориентированных уроков. Преодолеть их помогают:

1) специальные приемы личностно ориентированной организации урока;

2) учебные задания для учащихся и их мотивация;

3) дидактические материалы — протоколы деятельности учащихся.

Изучение нового материала может осуществляться различными методами. Ниже перечислены используемые методы и дана характеристика, позволяющая разобраться в отличиях этих методов.

Метод	Характеристика
Объяснительно-иллюстративный в форме беседы	Учитель проводит беседу с учениками в вопросно-ответной форме. Вопросы должны быть на размышление, а не только репродуктивные, однако весь ход урока при использовании этого метода предполагает однозначные ответы. *Приемы* метода: грамотно построенная актуализация знаний, подбор примеров сопоставительного характера (что общего, чем отличаются), сообщение основной идеи изучаемого, обсуждение примера в соответствии с этапами деятельности (анализ, поиск решения и т. д.), озвучивание (выделение) характерных признаков и т. д.
Объяснительно-иллюстративный в форме лекции	Учитель сообщает ученикам цель и план лекции. На лекцию обычно выносится материал, который можно изложить блоком. Каждая часть лекции мотивируется, аргументируется и структурируется. В ходе лекции учитель с помощью вопросов проверяет усвоение материала. Перед началом лекции возможна актуализация знаний
Репродуктивный	Метод предполагает воспроизведение изученного. Применяется, когда надо воспроизвести формулировки и основные положения теоретического материала (словесная форма), когда надо продемонстрировать применение знаний в знакомой ситуации (практическая форма)
Частично-поисковый	При использовании этого метода ученики делают выводы, которые требуют иных размышлений, чем при объяснительно-иллюстративном методе, поскольку вывод носит элемент открытия; применяют знания в измененной ситуации, когда нужно догадаться о способе выполнения задания, но знаний для этого достаточно
Проблемный	При использовании этого метода ученики обсуждают проблему, решение которой требует новых знаний, причем учитель старается, чтобы открытия сделали сами ученики. *Приемы* метода: постановка общих вопросов, фиксация всех предложений учащихся с последующим их анализом, применение известных способов решения с целью получения ответа на проблему, а затем поиск более рациональных новых способов и т. д.
Использование учебной книги	Возможны два варианта: учебная книга — справочник и учебная книга — самоучитель. В первом случае учитель предлагает ученикам серию вопросов, ответы на которые надо найти в книге. Во втором случае вопросы уже введены в учебный текст, и учителю необходимо организовать деятельность учащихся на поиск ответов на поставленные вопросы. В этом случае используется и фронтальная, и групповая, и самостоятельная работа

Приложение 16

Анализ пункта школьного учебника

Подготовка учителя к уроку включает в себя анализ учебного материала. В связи с этим необходимо владеть общими приемами выполнения анализа учебного материала (пункта учебника, определения, алгоритма, математического утверждения).

В содержании пункта школьного учебника вычленяются два крупных блока: теоретический материал и задачный материал. Теоретический материал представлен *понятиями* и их определениями, *утверждениями* (теоремы, свойства, признаки и т. п.), *алгоритмами* (правила, формулы и др.), различными по степени общности и предметному содержанию математическими *методами* (аксиоматический, координатный, векторный, метод уравнений и неравенств, метод равных треугольников, метод геометрических преобразований и др.).

При анализе пункта школьного учебника удобно пользоваться следующей **схемой**.

I. Провести анализ объяснительного текста. С этой целью выяснить:

1) какие новые *понятия* рассматриваются, даются ли им определения;

2) какие новые *утверждения* изучаются, даются ли им доказательства, каковы основные идеи доказательств;

3) какие новые *виды задач и примеров* рассматриваются, каково их назначение, приводятся ли *алгоритмы* их решения;

4) какие *иллюстрации* приводятся, каково их назначение.

II. Провести анализ задачного материала. С этой целью:

1) выделить группы математических заданий по цели их использования и выяснить, чем отличаются задания внутри каждой группы, каковы основы их решения;

2) особо выделить:

- задачи, связанные с отработкой отдельных этапов выполнения алгоритма (пошаговые задания);
- задачи, содержащие образец выполнения (базовые задания);
- задачи обязательного уровня;
- задачи, на результат которых при решении других задач можно делать ссылки (опорные задачи);
- задачи для обнаружения новых математических фактов (познавательные задачи).

III. Составить поурочное планирование, выделив цели каждого урока, отводимого на изучение пункта. Удобно поурочное планирование представить в виде таблицы:

№	Цели урока	Распределение материала		Контроль
		в классе	на дом	

Анализ пункта 16 «Определение арифметической прогрессии. Формула n-го члена арифметической прогрессии» [3]

I. Проведем анализ объяснительного материала.

1. Содержание пункта начинается с рассмотрения примера последовательности натуральных чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 1, что позволяет ввести два **понятия**: арифметической прогрессии и разности арифметической прогрессии (числа d). Каждому из этих понятий дается определение, причем определение арифметической прогрессии представлено в двух формах: 1) в виде словесной формулировки (*арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом*), 2) в виде аналитической записи (*арифметическая прогрессия — последовательность, заданная формулой* $a_{n=1} = a_n + d$, *где* d *— некоторое число*).

2. В пункте рассматриваются и доказываются два **утверждения**:

1) формула n-го члена арифметической прогрессии ($a_n = a_1 + d(n - 1)$),

2) следствия из формулы (прямое и обратное утверждения, связанные с формулой $a_n = kn + b$). *Прямое утверждение*: любая арифметическая прогрессия может быть задана формулой вида $a_n = kn + b$, где k и b — некоторые числа. *Обратное утверждение*: последовательность (a_n), заданная формулой вида $a_n = kn + b$, где k и b — некоторые числа, является арифметической прогрессией. Эти следствия позволяют показать, что любая арифметическая прогрессия есть линейная функция, заданная на множестве натуральных чисел. И наоборот, что любую линейную функцию, заданную на множестве натуральных чисел, можно рассматривать как арифметическую прогрессию. Формула n-го члена выводится индуктивно, на основании обобщения вида

записи первых шести членов некоторой арифметической прогрессии. Идея доказательства прямого утверждения о задании арифметической прогрессии формулой вида $a_n = kn + b$ заключается в преобразовании формулы n-го члена арифметической прогрессии $a_n = a_1 + d(n - 1)$ к виду $a_n = dn + (a_1 - d)$. Для доказательства обратного утверждения находят разность $(n + 1)$-го и n-го членов последовательности (a_n) и показывают, что эта разность является постоянным числом, значит, $a_{n+1} = a_n + k$, отсюда делается вывод, что последовательность (an) является арифметической прогрессией с разностью d.

3. В объяснительном тексте пункта рассмотрено **три задания**, которые решаются по определению или по формуле n-го члена арифметической прогрессии.

а) Примеры нахождения нескольких членов арифметической прогрессии (a_n), если известны a_1 и d, которые позволяют усвоить определение арифметической прогрессии и рассмотреть ее случаи, когда a_1 и d являются натуральными, целыми отрицательными числами; рассмотрен случай, когда $d = 0$.

б) Задача на вычисление n-го члена арифметической прогрессии (a_n), если известны a_1 и d этой прогрессии, которая демонстрирует вычисления по формуле n-го члена.

в) Задание на определение того, является ли данное число прогрессии (x_n), для которой указаны несколько первых членов. Алгоритма выполнения задания в пункте не дается, но последовательность действий можно выделить.

II. Проведем анализ задачного материала пункта.

Все задачи пункта условно можно разделить на 5 групп, каждая из которых отрабатывает определенные умения.

1-я группа. Нахождение n-го члена арифметической прогрессии:

по определению, если известны a_1 и d (№ 343)	по формуле n-го члена прогрессии, если известны a_1 и d (№ 344, 345, 346)	по формуле n-го члена прогрессии, если прогрессия задана перечислением своих членов (№ 347, 348)

В этих задачах рассматриваются всевозможные значения a_1 и d, первый член как положительный, так и отрицательный (№ 345 (а, б), № 348 (а)); разность прогрессии тоже может быть как отрицательной (№ 345 (б), 346 (б)), так и положительной. Такой подбор первых членов арифметической прогрессии и разности позволяет отработать понятия убывающей и возрастающей арифметической прогрессии.

2-я группа (обратная к 1-й группе).

Нахождение первого члена арифметической прогрессии (или разности), если известны:

n-й член и d (№ 352, 354 (а))	n-й член и a_1 (№ 353, 354)	два любых члена прогрессии (№ 357, 358)

В этих упражнениях решение сводится к составлению уравнения или системы двух уравнений с двумя неизвестными.

3-я группа (обратная к 1-й группе).

Нахождение номера члена арифметической прогрессии с целью:

определения того, является ли заданное число членом данной арифметической прогрессии или нет (№ 359, 360), причем прогрессия может быть задана первыми двумя членами или a_1 и d	указания номеров положительных или отрицательных членов прогрессии (№ 361, 362)

4-я группа. Составление прогрессии:

по заданному набору чисел (№ 355, 356)	по сюжетной задаче (№ 349, 350, 351)

Задачи № 355, 356 даны с целью отработки умения нахождения нескольких членов арифметической прогрессии, стоящих между первым и n-м членом прогрессии, т. е. умения по заданным a_1 и a_n находить d, используя формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$, а затем по определению записывать несколько членов арифметической прогрессии.

В сюжетных задачах нужно определить, что рассматриваемый процесс (физический № 349, 350 или геометрический № 351) можно задать арифметической прогрессией; определить ее первый член и разность, а затем n-й член прогрессии и дать ответ на поставленный вопрос задачи. Эти задания позволяют показать использование арифметической прогрессии в практической жизни.

5-я группа. Использование признака арифметической прогрессии: последовательность вида $x_n = kn + b$ является арифметической прогрессией (№ 363, 364).

В упражнении № 363 нужно по виду формулы общего члена последовательности (a_n) установить, является ли последовательность арифметической прогрессией или нет, т. е. отрабатывается умение сравнить данную формулу с формулой $a_n = kn + b$, определения значений k и b.

Задача 364 на доказательство, для решения которой необходимо знать формулы суммы внутренних углов треугольника, четырехугольника, n-угольника, составить последовательность этих сумм, сравнить формулу общего члена полученной последовательности с формулой $x_n = kn + b$, т. е. определить k и b, и сделать вывод о том, является ли данная последовательность арифметической прогрессией.

III. Поурочное планирование (3 ч).

№	Цели урока	Распределение материала		Контроль
		в классе	на дом	
1.	Ввести понятие арифметической прогрессии, научиться находить по определению члены прогрессии, если прогрессия задана первым членом и разностью или перечислением ее первых членов, вывести формулу n-го члена, научиться находить по этой формуле члены прогрессии, если прогрессия задана первым членом и разностью или перечислением ее первых членов	1. Примеры на «да» и «нет» 2. № 343 3. Дано: ар. пр.: –1, 1, 3, 5, ... Найти: a_5, a_6 4. № 344 5. № 345	1.Выучить определение и формулу n-го члена. 2. Привести примеры ар. пр. 3. № 346, № 348	1.Опрос в парах и обмен примерами, где «авторы» обосновывают свой выбор 2. № 347, аналогичный домашнему
2.	Проверить усвоение определения и формулы, научиться составлять и решать задачи, обратные рассмотренным на 1-м уроке, научиться работать с арифметической прогрессией, заданной двумя своими членами	№ 347, аналогичный домашнему, № 352, № 353, № 357, № 359	№ 354, № 358, № 360	Самостоятельная работа по обязательным результатам

Окончание табл.

№	Цели урока	Распределение материала		Контроль
		в классе	на дом	
3.	Проверить обязательные результаты обучения, рассмотреть составление арифметической прогрессии: а) по заданному набору чисел, б) по сюжетной задаче, научиться проверять, является ли последовательность, заданная формулой *n*-го члена, арифметической прогрессией	№ 355, № 349, № 363	№ 356, № 350, № 362	Самостоятельная работа по обратным задачам, № 361, аналогичный домашнему

Анализ пункта 59 «Трапеция» [90]

I. Проведем анализ объяснительного материала.

1. В рассматриваемом пункте вводится пять новых **понятий**: *трапеция, основания трапеции, боковые стороны трапеции, равнобокая трапеция, средняя линия трапеции*. Основными понятиями темы являются понятия трапеции, равнобокой трапеции, средней линии трапеции.

Основные понятия вводятся на уровне определений, которые относятся к одному виду: через ближайший род и видовые отличия.

Все понятия в пункте вводятся дедуктивно. Такой подход к ведению понятий «основания трапеции», «боковые стороны трапеций», «равнобокая трапеция» является рациональным. Однако, определения трапеции и ее средней линии желательно вводить конкретно-индуктивным методом.

2. Главным математическим **утверждением** является теорема о свойстве средней линии трапеции, которая сформулирована в категоричной форме: *средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме*.

Теорема сложная, так как в ней два заключения. Идея доказательства заключается в следующем:

— в дополнительном построении треугольника, для которого средняя линия совпадает со средней линией трапеции,

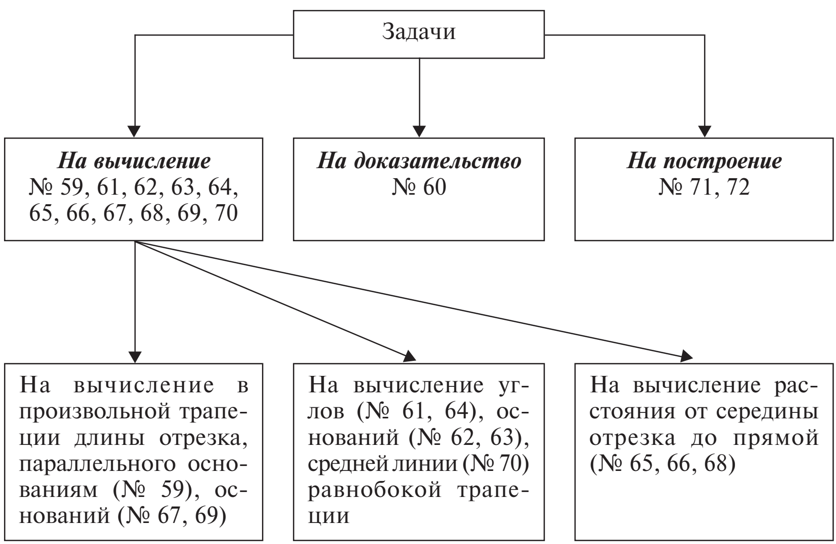
— в применении свойств средней линии треугольника.

3. В объяснительном тексте пункта рассматривается решение **задачи** о свойстве углов при основании равнобокой трапеции. Эта задача включена в объяснительный материал, так как относится к познавательным задачам рассматриваемой темы: содержит новый математический факт. Кроме того, задача открывает способ решения других задач: при работе с трапецией может помочь стандартное дополнительное построение, когда через вершину тупого угла трапеции проводится прямая, параллельная боковой стороне.

4. В пункте приведены три **рисунка**. *Первый* рисунок иллюстрирует понятие трапеции; *второй* – служит чертежом для доказательства теоремы для средней линии трапеции; *третий* – является чертежом для доказательства свойств углов при основании равнобокой трапеции.

II. Проведем анализ задачного материала пункта.

Из 74 задач параграфа «Четырехугольники» к пункту «Трапеция» относится 14 задач (№ 59—72). Разобьем их на группы *по заключению:*



Задачи № 61, 63, 65 соответствуют *обязательным результатам* обучения. Задача № 60 является *познавательной задачей*, так как в ней обнаруживается новый математический факт.

Разобьем задачи на группы *по дидактическому назначению:*

Для закрепления математического факта		Для обнаружения нового математического факта	Для открытия способа решения других задач
Понятие «Трапеция»	№ 59	№ 60	№ 60 № 62
Понятие «Равнобокая трапеция»	№ 62		
Понятие «Средняя линия трапеции»	№ 59, № 65		
Утверждения «Средняя линия трапеции параллельна основаниям»	№ 59		
Утверждения «Средняя линия равна полусумме оснований»	№ 59, 65, 67, 68, 69, 70		
Математический факт (из задачи № 60): «Углы при основании равнобокой трапеции равны»	№ 61, 64		
Способа решения (из задачи № 60)	№ 71, 72		

Опишем основы решения задач темы «Трапеция», которые позволяют выделить группы *по способам решения*.

Шесть задач на вычисление (№ 62, 63, 65, 66, 68, 70) решаются геометрическим методом, а пять (№ 59, 61, 64, 67, 69) — алгебраическим.

В задачах № 59, 60, 71, 72 удобно использовать **стандартное дополнительное построение**, когда через вершину трапеции проводится прямая, параллельная боковой стороне или диагонали. В задаче № 66 через один конец данного отрезка строится прямая, параллельная данной прямой, что приводит к образованию треугольника, для которого можно вычислить среднюю линию.

В задачах № 62, 63, 70 удобно использовать **стандартное дополнительное построение**, когда через вершины одного основания трапеции проводятся прямые, перпендикулярные другому основанию.

В задачах № 62, 63, 70 решение включает в себя использование большого списка теоретических положений (свойство углов равнобокой трапеции, параллельность двух прямых, перпендикулярных третьей, определение и свойства прямоугольника, признаки равенства треугольников), поэтому перед решением этих задач рассмотреть опорную задачу, на результат которой в дальнейшем можно ссылаться. Сформулируем эту **опорную задачу**: «Доказать, что перпендикуляры, опущенные из вершин меньшего основания равнобокой трапеции на другое основание, отсекают он нее равные треугольники, причем проекция боковой стороны на большее основание равна $(a - b)$: 2, где a — большее основание трапеции, b — меньшее». Кроме того, задача № 70 **обобщает** данные задачи № 63 и расширяет ее заключение, в результате чего можно сделать вывод, что зная отрезки, на которые высота равнобокой трапеции, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание, можно найти меньшее основание трапеции и ее среднюю линию.

В задачах № 65, 68 **предварительно надо доказать**, что образовавшаяся фигура является трапецией с использованием признака параллельности двух прямых, перпендикулярных третьей, и что прямая, проходящая через середину одной боковой стороны трапеции параллельно основаниям, проходит через середину другой боковой стороны, т. е. содержит среднюю линию трапеции. В задаче № 68 используется определение касательной и **прием замены одного отрезка другим, равным ему** (один диаметр заменяется другим диаметром той же окружности).

Задачи № 65, 66, 68 имеют **единую конструкцию**: через концы отрезка и его середину проведены параллельные прямые до пересечения с третьей прямой, поэтому могут быть объединены в одну *группу*.

III. Поурочное планирование.

№	Цели урока	Распределение материала		Контроль
		в классе	на дом	
1.	Ввести определение трапеции, элементы трапеции (основания, боковые стороны), определение равнобокой трапеции; изучить свойства равнобокой трапеции об углах при основании, о диагоналях, о треугольниках, отсекаемых высотами трапеции.	1. Примера на «да», «нет» 2. № 60 и устный счет 3. № 64, 62	1. Выучить определения новых понятий; знать свойства равнобокой трапеции 2. № 61, 63	1. Опрос в парах по теоретическому материалу 2. В равнобокой трапеции с основаниями a и b ($a > b$) найти проекцию

Окончание табл.

№	Цели урока	Распределение материала		Контроль
		в классе	на дом	
	Научиться решать задачи на нахождение углов и оснований равнобокой трапеции			боковой стороны на большее основание
2.	Ввести определение средней линии трапеции; изучить свойство средней линии трапеции; научиться решать задачи алгебраическим и геометрическим методами: — на нахождение средней линии по известным основаниям трапеции; — на нахождение оснований трапеции по известной средней линии	1. Примера на «да», «нет» 2. № 70 3. № 67 4. № 59	1. Выучить определение нового понятия; знать доказательство теоремы 2. № 69, 65	1. Работа на перфокартах 2. № 68
3.	Повторить и проверить основные определения и утверждения темы; закрепить умение решать задачи на нахождение расстояния от середины отрезка до прямой; рассмотреть решение задачи на построение трапеции с использованием стандартных дополнительных построений	1. Задача, аналогичная № 68 2. № 71	№ 66, 72	Самостоятельная работа по обязательным результатам обучения

Приложение 17

Методические требования к конспекту урока по математике

1. В конспекте указана **тема** урока.

2. **Цели** урока сформулированы достаточно конкретно (например, закрепить правило раскрытия скобок при умножении многочленов, когда число слагаемых в многочлене больше двух,

когда это правило надо применять вместе с правилом раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «+» или «–»).

3. В конспекте четко выделены **этапы** урока, причем на каждый этап сделан *переход* с предыдущего, перед учениками поставлена ясная *цель* очередного этапа, этап *мотивирован*, в конце каждого этапа подведен его итог.

4. Если составляется конспект **изучения нового**, то:

- выделенные этапы соответствуют *основным методикам* (методике изучения понятий, методике формирования умений, методике изучения теорем);
- все основные моменты урока *озвучены* (это касается и объяснения учителя, и ожидаемых ответов учеников), что помогает учителю оттачивать объяснение и добиваться четкой грамотной речи от учеников;
- если объяснение нового материала строится на выполнении некоторого задания, то в конспекте указаны вопросы ученикам, стимулирующие их на постановку и решение проблем задания, на формулировку выводов по рассмотренному заданию. Выводы желательно повторять на уроке неоднократно.

5. В конспекте урока:

- **решены** все запланированные **задания** с указанием (на полях или подчеркиванием) *особенностей* заданий, что помогает предвидеть возможные ошибки и трудности у учащихся;
- предусмотрены различные *способы* решений;
- в конспекте описана *организация* работы с заданием (желательно продумать различные формы работы);
- даны *образцы* оформления основных заданий;
- предусмотрен *контроль* и указаны его формы.

6. В конспекте описаны используемые **средства** (содержание карточек, кадры для кодоскопа, вид таблицы или ее название, модели и другое оборудование).

7. В конспекте отражен **вид доски** и указано, что на ней подготовлено *заранее* (что позволит сэкономить время на уроке), что и где заполняется *по ходу* урока (в таком случае не нарушится целостность восприятия). В конспекте выделено, что записывается в **тетрадях** учениками (это приучает обращать внимание учителя на ведение тетрадей и приучает учеников работе с нею).

8. В конце конспекта перечислены **итоговые** вопросы, согласованные с поставленными целями урока, даны ответы на эти вопросы, по домашнему заданию дан комментарий, что возможно только после решения всего домашнего задания.

Приложение 18

Технология составления конспекта урока

1. Выполнить анализ пункта; выяснить количество часов, отводимых на его изучение; разбить материал пункта на это количество часов; сформулировать цели урока.

2. Составить примерный план урока:
- выделить последовательность этапов;
- проверить соответствие этапов базовым методикам (методика формирования понятий, методика формирования умений, методика изучения теорем, методика обучения учащихся решению задач);
- подобрать упражнения на каждый этап;
- уточнить подготовительный этап с целью обеспечения успеха учеников при изучении нового, при выполнении упражнений урока;
- продумать мотивацию каждого этапа урока;
- продумать организацию работы учащихся на уроке, необходимые средства обучения;
- составить итоговые вопросы урока.

3. Составить конспект урока в соответствии с методическими требованиями (Приложение 17).

Приложение 19

Конспекты первого урока по теме «Наибольший общий делитель»

Конспект урока по теме «Наибольший общий делитель» (по учебнику [78])

Цели:

1) ввести определение наибольшего общего делителя, определение взаимно простых чисел, показать запись: НОД (a, b);

2) познакомиться с двумя способами нахождения наибольшего общего делителя: по определению и через разложение на простые множители.

Тип урока: урок изучения нового материала.

Методы: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, частично-поисковый при введении взаимно простых чисел.

План урока

1. Подготовка к изучению нового материала:
а) повторение понятия делителя данного числа;
б) разложение числа на простые множители;
в) нахождение делителя данного числа:
- через перебор всех чисел, меньших данного;
- через поиск делителей парами по правилу: если число *a* является делителем числа *b*, то и частное от деления *b* на *a* является делителем числа *b*;
- через разложение числа на простые множители.

2. Введение определения наибольшего общего делителя.

3. Усвоение определения через примеры на подведение под понятие.

4. Закрепление понятия НОД через его нахождение по определению.

5. Мотивация нахождения наибольшего общего делителя через разложение на простые множители.

6. Введение алгоритма нахождения наибольшего общего делителя через разложение.

7. Отработка шагов алгоритма: нахождение наибольшего общего делителя по готовым разложениям.

8. Закрепление алгоритма и подведение к понятию взаимно простых чисел.

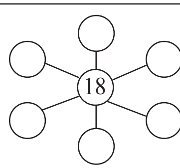
9. Введение определения взаимно простых чисел.

10. Примеры взаимно простых чисел.

11. Подведение итогов урока.

12. Постановка домашнего задания.

Ход урока

Учитель	**Ученики**
1. Подготовка к изучению нового материала	
Учитель сообщает учащимся: «На сегодняшнем уроке мы познакомимся с новым понятием “наибольший общий делитель”; подумайте, с каким понятием оно связано».	
Фронтальная беседа с классом: Посмотрите на рисунок 	

Продолжение табл.

Учитель	Ученики
— Связана ли эта «ромашка» с выделенным вами понятием?	Да, этот рисунок связан с делителями числа 18, в новой теме есть слово «делитель».
— Назовите делители числа 18 (учитель под диктовку учеников заполняет ромашку: 18 и 1, 2 и 9, 3 и 6).	
— Что называется делителем данного числа?	Любое натуральное число, на которое делится данное натуральное число, называется делителем данного числа.
— Какие из чисел 4, 7, 9, 11, 14, 19, 12, 27 простые? Почему? (Ученики отвечают, а учитель вычеркивает названные.)	7, 11, 19 — простые числа, так как они имеют только два делителя.
— Как называются оставшиеся числа?	4, 9, 14, 12, 27 — составные, так как они имеют более двух делителей.
— Есть ли натуральное число, которое не является ни простым, ни составным?	Число 1.
— Названные составные числа разложите на простые множители.	$4 = 2 \cdot 2$, $9 = 3 \cdot 3$, $14 = 2 \cdot 7$, $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$.
— Клоун записал разложение числа на простые множители: $120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$. Публика смеялась. Почему? Назовите правильное разложение.	Число 4 не является простым. $120 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$.
Используя правильное разложение числа 120 на простые множители, назовите все делители числа 120.	1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120.
— Как вы нашли все делители числа 120?	Составили все возможные комбинации произведений простых множителей, входящих в разложение числа 120.
2. Введение определения наибольшего общего делителя	
На доске сделана запись: 18: 24:	

Продолжение табл.

Учитель	Ученики
1. Назовите и запишите в тетрадь делители данных чисел.	18: 1, 2, 3, 6, 9, 18 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
2. Подчеркните общие делители.	18: 1, 2, 3, 6, 9, 18 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
Почему число 3 можно назвать общим делителем чисел 18 и 24?	Потому что на 3 делится и число 18, и число 24.
Попробуйте дать определение общему делителю двух чисел?	Общим делителем двух данных чисел называется такое число, на которое делится каждое их данных чисел.
Итак, у разных чисел делители в общем случае разные, но встречаются и общие. В данном случае это: 1, 2, 3, 6. Среди общих делителей можно выделить *наибольший*. В данном примере назовите наибольший общий делитель чисел 18 и 24.	6
Принято записывать: НОД (18, 24) = 6. Читается: наибольший общий делитель чисел 18 и 24 равен 6. Итак, запишите в тетради тему сегодняшнего урока: «Наибольший общий делитель». Итак, в данном примере 6 – наибольший общий делитель чисел 18 и 24, т. е. 6 – это самое большое натуральное число, на которое делится каждое из данных чисел. Попробуйте дать определение новому понятию? (Учитель подводит итог, выделяя голосом подчеркнутые слова, которые обычно опускают ученики). Внимание! Наибольшим общим делителем двух **натуральных чисел** называется самое большое **натуральное число**, на которое делится каждое из данных чисел.	(Ученики пытаются сформулировать.)
Повторите, пожалуйста, данное определение.	Ученики с места повторяют определение. Возможен вариант хорового ответа.

Продолжение табл.

Учитель	Ученики
3. Усвоение определения	
Верно ли на доске сделаны записи: 1) НОД (15, 20) = 3; 2) НОД (30, 45) = 3; 3) НОД (4, 10) = 2; 4) НОД (23, 7) = 0,1; 5) НОД (12, 6) = 12.	Первая запись не верна, так как 3 не является делителем числа 20. Вторая запись не верна, так как 3 не является наибольшим среди общих делителей чисел 30 и 45. Третья запись верна, так как 2 — общий делитель чисел 10 и 4, и он является наибольшим. Четвертая запись не верна, так как 0,1 не является натуральным числом. Пятая запись не верна, так как 12 не является делителем числа 6.
Итак, чтобы проверить, является ли число наибольшим общим делителем надо установить: 1) является ли это число натуральным; 2) является ли это число общим делителем рассматриваемых чисел; 3) наибольшее ли оно из общих делителей. Клоун сказал, что сейчас решит очень трудную задачу: найдет *наименьший* общий делитель чисел. Не успел он досказать условие, как публика засмеялась. Почему?	Наименьшим общим делителем чисел является число 1, поэтому задача не может быть трудной.
4. Закрепление понятия НОД через его нахождение по определению	
Итак, вы знаете, что такое НОД; можете определить, является ли данное число НОД или нет. Попробуем ответить на вопрос: «Как найти НОД двух данных чисел?» Вернитесь к примеру о числах 18 и 24 и попробуйте сформулировать этапы нахождения НОД.	1) Найти все делители первого числа; 2) найти все делители второго числа; 3) найти общие делители данных чисел; 4) выбрать наибольший общий делитель.

Продолжение табл.

Учитель	**Ученики**
Откройте № 97. Прочитайте текст задания и сравните свой ответ. Итак, *подведем итог*: как можно найти наибольший общий делитель двух данных чисел? Откройте № 99 (4): *Найти общие делители и наибольший общий делитель чисел 84 и 112.* Будем его выполнять письменно.	(Ученики повторяют алгоритм) 84: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21, 28, 42, 84. 112: 1, 2, 4, 7, 14, 16, 28, 56, 112. 1, 2, 4, 7, 14, 28 – общие делители. НОД (84, 112) = 28
5. Мотивация нахождения НОД через разложение на простые множители	
Вы видите, находить НОД, перебирая числа подряд, долго. А мы знаем, что разложение чисел на простые множители помогает находить его делители. Может быть, разложение чисел на простые множители поможет и для нахождения НОД?	
6. Введение алгоритма нахождения НОД через разложение	
Найдем НОД (54, 90) = ? 1. Разложим данные числа на простые множители 54 | $\underline{2}$ 90 | $\underline{2}$ 27 | $\underline{3}$ 45 | $\underline{3}$ 9 | $\underline{3}$ 15 | $\underline{3}$ 3 | 3 5 | 5 1 1	
2. Подчеркнем общие простые множители в полученных разложениях. Является ли число 2 общим делителем чисел?	Да, так как на 2 делятся оба числа.
Является ли произведение $2 \cdot 3$ общим делителем?	Да, так как в каждое разложение входят множители 2 и 3, значит, их произведение является делителем каждого из чисел.
3. Как вы думаете, что надо сделать, чтобы получить НОД?	Для этого следует перемножить 2, 3 и 3.
Получается: НОД (54, 90) = $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$. Итак, сформулируйте, пожалуйста, этапы нахождения НОД.	(Выслушиваются ответы. Учитель может помогать вопросами: Что сделали с каждым числом? Что подчеркивали дальше? Что находили дальше?)

Продолжение табл.

Учитель	Ученики
Внимание, попробую сформулировать правило: Для нахождения наибольшего общего делителя чисел необходимо: 1) разложить данные числа на простые множители; 2) найти (подчеркнуть) общие множители в полученных разложениях; 3) найти произведение общих простых множителей. Откройте учебник на с. 18 и прочитайте правило нахождения наибольшего общего делителя чисел, не ошиблась ли я? Повторите, пожалуйста, данное правило.	(Выслушиваются ответы; если есть ошибки, то ученики исправляют друг друга.)
7. Отработка отдельных шагов алгоритма	
Проверим себя, насколько усвоен данный способ нахождения НОД. Устно выполните следующие упражнения (текст заранее записан на доске): *Задание 1.* Назовите общие простые множители чисел по их разложениям: а) $15 = 3 \cdot 5$, б) $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, в) $54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$; $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. *Задание 2.* Найдите: а) НОД (15, 60); б) НОД (36, 78); в) НОД (54, 90). Ученики с места дают комментированное объяснение.	а) 3, 5 б) 2, 3 в) 2, 3, 3. 15 6 18
8. Закрепление алгоритма	
Задание 3. № 100(3, 4): Два человека вызываются к доске. Первый решает пример с полным объяснением, т. е. называет этапы алгоритма и их реализацию для данного примера. Второй решает самостоятельно, завершив решение, он садится на место, а другой ученик объясняет по выполненному решению порядок выполняемых операций. Все учащиеся выполняют данное задание у себя в тетрадях.	3) 4) $\begin{array}{r\|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r\|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r\|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r\|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ НОД$(16, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, НОД$(100, 40) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.
9. Введение определения взаимно обратных чисел	
Задание 4. Найдите: НОД(6,7); НОД(19,34); НОД(24,25).	1 1 1
Какую закономерность вы подметили?	НОД этих чисел равен 1

Продолжение табл.

Учитель	Ученики
Натуральные числа (показывает: 6 и 7, 19 и 34, 24 и 25), НОД (показывает на запись НОД) которых равен (указывается на знак «=») 1, называются взаимно простыми числами. Итак, 6 и 7, 19 и 34, 24 и 25 — взаимно простые числа. Обратите внимание на правописание.	(Пишут в тетрадях)
Повторите, какие числа называются взаимно простыми.	Ученики повторяют определение.
10. Примеры взаимно простых чисел	
Назовите числа, взаимно простые с числом: 6, 21, 40.	Ученики по очереди называют несколько примеров по каждому числу.
11. Подведение итогов	
Итак, подведем итог урока. — С каким новым понятием вы сегодня познакомились? Что о НОД чисел узнали? — Дайте определение НОД. — Найдите НОД (16,24) — Какими способами можно найти НОД? Как найти НОД по определению? Как найти НОД через разложение? — Как называются числа, наибольший общий делитель которых равен 1? Итак, какие числа называются взаимно простыми? Приведите пример. Известно, что НОД (7, ...) = 1. Найдите пропущенное число. Известно, что НОД (a, b) = 14. Найдите несколько возможных ситуаций для a и b.	Определение НОД; обозначение, алгоритмы нахождения.
12. Постановка домашнего задания	
Домашнее задание: П. 1.5 (выучить определения и алгоритм); № 100 (5—9), 103, 135 (1—3) (все задания на вычисления НОД).	

Вид тетради учащегося:

$120 = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5$; делители 120: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120.

Наибольший общий делитель.

18: $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{6}$, 9, 18. 6 — наибольший общий делитель:

24: $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, 4, $\underline{6}$, 8, 12, 24. НОД (18, 24) = 6.

№ 99(4)

84: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21, 28, 42, 84; 1, 2, 4, 7, 14, 28 — общие

112: 1, 2, 4, 7, 14, 16, 28, 56, 112; делители; НОД (84, 112) = 28.

НОД (54, 90) = ?

$$\begin{array}{r|l} 54 & \underline{2} \\ 27 & \underline{3} \\ 9 & \underline{3} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & \underline{2} \\ 45 & \underline{3} \\ 15 & \underline{3} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

НОД(54, 90) = 2·3·3=18.

№100 (3, 4).

3) $$\begin{array}{r|l} 16 & \underline{2} \\ 8 & \underline{2} \\ 4 & \underline{2} \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & \underline{2} \\ 12 & \underline{2} \\ 6 & \underline{2} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

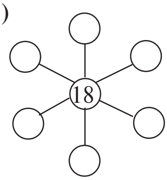
4) $$\begin{array}{r|l} 100 & \underline{2} \\ 50 & \underline{2} \\ 25 & \underline{5} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & \underline{2} \\ 20 & \underline{2} \\ 10 & 2 \\ 5 & \underline{5} \\ 1 & \end{array}$$

НОД (16, 24) = 2·2·2 = 8. НОД (100, 40) = 2·2·5 = 20.

$$\left.\begin{array}{l} \text{НОД } (6, 7) = 1 \\ \text{НОД } (19, 34) = 1 \\ \text{НОД } (24, 25) = 1 \end{array}\right\}$$

6 и 7; 19 и 34; 24 и 25 — взаимно простые числа

Вид доски

(Заранее) 1)  2) 4, 7, 9, 11, 14, 19, 12, 27 3) 120 =2 · 3 · 4 · 5 4) НОД (15, 20) = 3 НОД (30, 45) = 3 НОД (4, 10) = 2 НОД (23, 7) = 0,1 НОД (12, 6) = 12	18: $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{6}$, 9, 18 24: $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, 4, $\underline{6}$, 12, 24 6 — наибольший общий делитель НОД (18, 24) = 6 № 99 (4) 84: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21, 28, 42, 84. 112: 1, 2, 4, 7, 14, 16, 28, 56, 112. НОД (84, 112) = 28. НОД (54, 90) = ? $\begin{array}{r\|l} 54 & \underline{2} \\ 27 & \underline{3} \\ 9 & \underline{3} \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r\|l} 90 & \underline{2} \\ 45 & \underline{3} \\ 15 & \underline{3} \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ НОД (54, 90) = 2·3·3 = 18. №100 (3, 4).	(Заранее) Задание 1. Назовите общие простые множители чисел: а) 15 = 3·5 60 = 2·2·3·5 б) 36 = 2·2·3·3 78 = 2·3·13 в) 54 = 2·3·3·3 90 = 2·3·3·5 Задание 2. Найдите: НОД (15, 60) НОД (36, 78) НОД (54, 90) Задание 3. № 100 (3, 4)

Задание 4. НОД (6, 7) = НОД (19, 34) = НОД (24, 25) =	НОД (16, 24); НОД (7, ...) = 1; НОД (*a*, *b*) = 14. Домашнее задание: п. 1.5 (определения, правило); № 100 (5—9); 103; 135 (1—3).

Дополнение к конспекту, если класс работает по учебнику Н.Я. Виленкина и др.

Основное отличие: введение определения наибольшего общего делителя осуществляется с использованием задачи, что предполагает усиление умственной нагрузки учащихся.

Задача: *Какое наибольшее число одинаковых подарков можно составить из 48 конфет «Ласточка» и 36 конфет «Чебурашка», если надо использовать все конфеты?*

Задача может быть представлена по краткой записи:

Л — 48 к. | Какое наибольшее число
Ч — 36 к. | одинаковых подарков?

Возможен следующий диалог с учениками:

— О чем идет речь в задаче? (О конфетах «Ласточка» и «Чебурашка».)

— Что известно о конфетах? (48 конфет «Ласточка» и 36 конфет «Чебурашка».)

— Что надо определить? (Какое наибольшее число одинаковых подарков можно составить.)

— Разберемся со словами «одинаковые подарки». Можно ли составить *два* одинаковых подарка из данных конфет? (Да.) Как это сделать? (Нужно конфеты «Ласточка» и конфеты «Чебурашка» разделить поровну. Получится в каждом подарке 24 одних и 18 других конфет.)

— Почему удалось создать два одинаковых подарка? (Потому что и 48, и 36 делятся на 2.)

— Давайте выпишем, сколько одинаковых подарков можно создать только из конфет «Ласточка». (Ученики диктуют учителю и пишут в своих тетрадях 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.)

— Сколько одинаковых подарков можно создать только из конфет «Чебурашка»? (Ученики диктуют учителю и пишут в своих тетрадях 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18.)

— Можно ли теперь ответить на вопрос, сколько одинаковых подарков можно составить из двух сортов конфет? Ученики называют, а учитель подчеркивает:

48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18.)

— Можно ли теперь ответить на вопрос задачи? (Да, наибольшее число одинаковых подарков равно 12.)

— Давайте теперь переведем на математический язык то, что сделали. Как называются числа, которые мы выписали для чисел 48 и 36? (Это делители чисел 48 и 36.)

— Как бы вы назвали подчеркнутые делители? (Заслушиваются варианты ответов. Если нет правильного, то учитель предлагает согласиться с термином: общие делители.)

— Как бы вы назвали общий делитель 12? (Наибольший общий делитель.)

— Итак, мы нашли наибольшее **натуральное** число, на которое делятся без остатка числа 48 и 36. Попробуйте дать определение наибольшего общего делителя чисел a и b. (Ученики формулируют определение и тему урока.)

Конспект урока по учебнику «Делимость чисел» серии «Математика, психология, интеллект» [30]

Предполагается домашняя работа по учебнику, самостоятельное формулирование теоретических положений.

Тема: «Наибольший общий делитель».

Цели урока: *ввести понятия общего и наибольшего общего делителя на практическом, образном, словесном и знаковом языках, ввести определение взаимно простых чисел, рассмотреть алгоритм нахождения НОД двух и нескольких чисел, отметить использование НОД для нахождения частного двух данных чисел.*

План урока:

1) проверка домашнего задания;

2) формулирование определений общего делителя и наибольшего общего делителя;

3) выполнение заданий на «да» и «нет»;

4) составление алгоритма нахождения НОД, используя канонические разложения чисел;

5) нахождение НОД двух данных чисел;

6) изучение применения НОД для нахождения частного;

7) постановка домашнего задания.

Ход урока

1. Проверка домашнего задания.

Сегодня на уроке мы вместе с нашими героями окунемся в «Дело о НОД или пропавшая курица». На дом было задано прочитать с. 131—135 и ответить на ряд вопросов. Проверим, что удалось сделать.

— Итак, о какой партии птиц идет речь? (О партии: 18 гусей, 24 утки и 25 куриц.)

— Какая задача у поставщика? (Весь товар разделить на одинаковые партии.)

— О каком экспериментальном делении идет речь? (Поставщик проверял, можно ли распределить птицу между двумя лавками, между тремя и т. д.)

— Как математически обработал Уотсон результаты экспериментального деления? (Он искал общие делители чисел 18, 24, 25. Для этого разложил числа на простые множители, составил таблицу со всеми натуральными делителями чисел 18, 24, 25.)

— Как работа Уотсона помогла поставщику увидеть решение своей задачи? (В таблице видны общие делители чисел 18 и 24; 18, 24 и 25.)

— К каким новым понятиям привели результаты Уотсона? (К понятиям общий делитель, наибольший общий делитель, взаимно простые числа.)

— Запишем тему урока и воспроизведем те записи, которые сделал Уотсон в материалах следствия.

Ученики пишут тему урока и делают основные записи:

ОД (18, 24) = {1, 2, 3, 6};

НОД (18, 24) = 6;

ОД (18, 25) = {1}, *ОД (24, 25)* = {1}, *ОД (18, 24, 25)* = {1}.

— Как называются числа, которые имеют только один общий делитель? (Числа, имеющие только один общий делитель, называются взаимно простыми.)

2. Формулирование определений общего делителя и наибольшего общего делителя.

— Итак, число 2 является общим делителем чисел 18 и 24. Попробуйте сформулировать определение, какое число называется общим делителем чисел a и b. (Ученики предлагают свои формулировки.)

— Число 6 является наибольшим общим делителем чисел 18 и 24. Попробуйте сформулировать определение, какое число называется наибольшим общим делителем чисел a и b. (Ученики предлагают свои формулировки.)

— Сравним свои ответы с ответами Уотсона. (Ученики читают «Заметки Уотсона» до алгоритма нахождения НОД (a, b) на с. 143, обращая внимание на то, что еще кроме определений решил выделить Уотсон.)

3. Выполнение заданий на «да» и «нет».

— Проверим себя, верно ли мы понимаем определение НОД. Для этого выполним задание 9: *Верно ли, что:*

а) НОД (33, 66) = 66, *б) НОД (36, 108) = 9,*

в) НОД (36, 54) = 9, *г) НОД (123, 312) = 1.*

Ученики дают ответы, желательно услышать ссылки на признаки делимости. Так, в примере б) ученики должны сказать, что числа делятся на 2 и на 9, значит, на (2·9), т. е. 18 также является общим делителем данных чисел, поэтому 9 не является НОД чисел 36 и 108.

4. Составление алгоритма нахождения НОД, используя канонические разложения чисел.

— Итак, мы знаем определение НОД двух чисел. Какие вопросы в связи с этим понятием вы бы хотели задать?

(Хотелось бы, чтобы ребята задали вопросы: «Как находить *НОД*?», «Зачем нужно уметь находить *НОД*?» Если ученики не зададут вопросов, то учитель формулирует эти вопросы со словами: «А вот меня интересует...»)

Ответ на первый вопрос можно найти в книге на с. 138—139. Попробуйте проанализировать рассуждения Уотсона. (Ученики самостоятельно читают текст и отвечают на вопрос: «*Как найти НОД двух данных чисел?*». А затем сравнивают свой ответ с ответом, указанным в «Заметках Уотсона».)

5. Нахождение НОД двух данных чисел.

Учитель предлагает ученикам по памяти восстановить в тетрадях нахождение НОД чисел 945 и 126. Ученики раскладывают числа на простые множители и записывают канонические разложения данных чисел; по каноническим разложениям составляют НОД и считают полученное произведение, делают вывод. Возможна взаимопроверка.

6. Изучение применения НОД для нахождения частного.

Для ответа на вопрос: «Зачем нужно уметь находить НОД?» проанализируем записи Холмса на с. 141. (Ученики просматривают, а затем учитель задает вопросы.)

— О каких числах идет речь? (О числах 1890 и 126.)

— Что сначала сделал Холмс? (Разложил числа на простые множители.)

— Какая задача стоит перед Холмсом? (Ему надо найти частное 1890:126.)

— Как возникла следующая запись $(2\cdot3^3\cdot5\cdot7):(2\cdot3^2\cdot7)$? (Каждое число было заменено своим каноническим разложением.)

— Что сделал Холмс дальше? (Он выделил множители, составляющие наибольший общий делитель данных чисел.)

— Что сделал Холмс дальше? (Он исключил наибольший общий делитель в каждом разложении и нашел легко частное 15.)

Учитель предлагает восстановить по памяти записи Холмса, а затем проверить себя по учебнику.

7. Постановка домашнего задания.

Учитель просит перечислить вопросы, на которые надо знать ответы (ученики перечисляют и поясняют, где на эти вопросы можно найти ответы). Учитель обращает внимание на фразу на с. 139: «Не могу не похвастаться, мой итог содержит еще гору информации» и задает на дом задание найти в тексте, о какой информации идет речь. Кроме того, ученикам предлагается из пяти первых заданий выбрать любые два и решить их в тетради, а для остальных знать план решения. Наконец, найти ответ на вопрос: «Почему дело о НОД носит еще и название “Пропавшая курица”?»

Приложение 20

Примерная схема комплексного анализа урока

1. ***Определить место данного урока в системе уроков по теме; цели урока; и его структуру***. Оценить правильность выбранных целей. Выяснить, учтены ли развивающие задачи урока.

2. ***Провести анализ каждой структурной части урока***:
- определить какая образовательная *цель* решается;
- определить, была ли *мотивирована* деятельность учащихся и как;
- проанализировать *содержание* отобранного учебного материала, установить соответствие его поставленной задаче;
- отметить *методы и приемы*, использованные учителем (рассказ, беседа, создание проблемной ситуации, постановка проблемных вопросов и т. д.);
- формы *организации* деятельности учащихся (коллективная и индивидуальная работа, устная и письменная работа);
- применяемые *средства*;
- виды, формы, способы и средства *контроля* деятельности учащихся;
- *результат* деятельности учителя на анализируемом этапе.

Удобно эту часть анализа оформить в виде таблицы:

№ этапа	Цели этапа	Мотивация	Содержание	Приемы, методы, организация, средства, контроль	Результат

3. ***Выполнить анализ содержания урока***. Для этого выяснить:

- соответствует ли содержание *целям* урока;
- соответствует ли содержание *базовым методикам* (методике формирования понятий, методике изучения теорем, методике формирования умений, методике обучения учащихся решению задач);
- какова *логика* выстраивания материала урока (есть ли обоснованные связи с прошлым материалом, внутри материала, с будущим материалом; как осуществлялись переходы от одного материала к другому; ясна ли логика учащимся);
- каков *характер материала* урока (проблемный или нет, требующий воспроизведения или поиска и т. п.).

4. ***Выполнить анализ деятельности учителя***. Для чего выяснить:

- Соответствуют ли использованные учителем методы и приемы работы *цели и содержанию* учебного материала.
- Какие *формы организации* деятельности учащихся были предложены, какова их целесообразность, как учителю удалось сориентировать учащихся в той или иной форме деятельности и проконтролировать ее ход; как обеспечивалась дисциплина.
- Как был организован *диалог* с учащимися (каким образом осуществлялось стимулирование учащихся к задаванию вопросов, к высказываниям своего видения ситуации; каков характер задаваемых учителем вопросов; как учитель реагировал на ответы и предложения учеников; как учитель задействовал различных учеников в диалоге; когда учитель держал обоснованную паузу).
- Как осуществлялась *индивидуализация обучения* (мотивирование деятельности учащихся; предоставление учащимся выбора материала, форм его изучения; использование различных способов кодирования информации; обсуждение различных способов решения задач; анализ допущенных ошибок; проектирование индивидуальных стратегий обучения; осуществление индивидуальных консультаций; организация самостоятельной работы учащихся; актуализация и развитие умственного опыта учащихся; создание условий для осуществления рефлексии своей деятельности: «Почему я так делаю, что я хочу получить, к чему это приведет? Чему я научился на уроке, какой опыт приобрел? Что мне необходимо еще сделать, чему научиться?»; разумность помощи ученикам).

- Как осуществлялись *контроль* формирования умственных и практических знаний и оценивание работы учащихся (выделена или нет проверка домашнего задания в отдельный этап урока; в какой форме был организован контроль: диалог, взаимоконтроль, самоконтроль, контроль без видимых проявлений, проверка тетрадей; содержательное или балловое оценивание было предложено; как осуществлялась коррекция знаний; контролировал ли учитель формирование умственных действий).

5. ***Выполнить анализ деятельности учащихся.*** Для чего выяснить:

- участие в постановке целей, планировании, анализе, коррекции своей деятельности;
- участие в диалоге (выслушивают, понимают другой взгляд на ситуацию, другой выбор, отстаивают свою точку зрения, умеют задавать проблемные вопросы, приводить примеры и контрпримеры, аргументы);
- степень самостоятельности в решении учебных задач;
- комфортность (чем обеспечивается);
- каковы достигнутые результаты?

6. ***Сделать общие выводы по уроку***:

- достижение цели и задач урока;
- общая оценка деятельности учителя и учащихся на уроке;
- каким опытом можно (хотелось бы) воспользоваться.

Пример анализа урока в 6 классе

Тема: «Нахождение процента от числа».

Цели: *Повторить умножение обыкновенных дробей, нахождение дроби от числа, дать ученикам возможность сформулировать алгоритм нахождения процента от данного числа, самим проверить усвоение нового материала.*

Структура урока. Для ребят учитель в начале урока выделил 3 этапа: «Знаешь ли ты?», «Умеешь ли ты?», «Объяснишь ли ты?», поэтому ученики имели возможность представлять себе рамки урока. Соответственно при переходе на каждый из этих этапов само название служило мотивом для учащихся. Вместе с тем каждый из этих этапов мы можем в свою очередь разделить на части, выяснить назначение этапа, его содержание, мотив, формы организации, приемы и методы работы учителя, полученные результаты.

Так, **на этапе «Знаешь ли ты?»** было предложено две формы работы:

1. Три ученика выполняли устную работу, которая была организована фронтально.

2. Одна ученица у доски выполняла письменное задание. Следует отметить, что мотивом вызова был вопрос: «Кто желает поработать у доски?» Ученикам была предоставлена возможность ознакомиться с заданием, с формой работы с ним, что не дало повода для стресса.

В устной работе можно выделить четыре части:

- знаешь ли ты законы умножения, поскольку предлагались задания на вычисление удобным способом;
- знаешь ли ты правило сокращения дробей;
- знаешь ли ты, как разделить число на 100;
- знаешь ли ты правило нахождения дроби от числа.

Все задания были записаны на доске, хотя, возможно, лучше иметь соответствующие карточки для устной работы, которые экономили бы время учителя на перемене, и ученикам комфортнее было бы работать. Если соотнести предложенный материал с темой урока, то можно сказать, что он носил подготовительный характер, поскольку новый материал опирается на него. Исключение составляет задание на законы. Но если учесть, что это задание было первым, к тому же вынуждало подумать, то оно было как зарядка для ума, подобно физической зарядке для тела. Удачным был прием актуализации нужного правила, когда учитель задал вопрос: «На какое правило это задание?» Следует отметить знание учащимися формулировок правил, что свидетельствует о предыдущей успешной работе учителя.

Далее следовала проверка выполнения задания девочкой у доски. Задание было связано с умножением чисел, что соответствует теме урока. Ученица имела возможность себя проверить, используя таблицу ответов, а остальные ученики потренироваться в проверке чужого решения. Хорошо бы, чтобы ученики сами давали оценку сделанному (что сделано? правильно – неправильно? что понравилось? и т. д.), а уж потом учитель мог дать и свой комментарий.

На этапе «Умеешь ли ты?» можно выделить две части: первая связана с решением задач на нахождение части от числа, вторая — с определением процента. Обе части соответствуют теме урока, поэтому целесообразны. На этом этапе осуществлялась письменная работа. Было предложено две задачи, причем условия задач были представлены по-разному: в одном случае словесный текст, а в другом — краткая запись, что учитывает индивидуальность детей и способствует их развитию, так как требует перевода с одного языка на другой. Возможно, эти две формы следовало бы поменять местами, тогда первая задача про рожь служила бы образцом не только для решения второй задачи, но и для задач нового типа.

Работа по решению задач была организована следующим образом: один ученик брал на себя роль учителя (он комментировал решение для всех остальных), причем сначала было предложено сообщить план решения, а потом уже его реализацию. После решения задач удачен был и вопрос учителя: «Что же главного было в этих задачах?» и выделение главного цветным мелом. Предоставление возможности учащимся сначала составить план, сначала осмыслить задание, а по завершении работы подвести итог, приносит пользу не только в выполнении задач урока, но и позволяет сделать в уроке некоторую передышку, снимает некоторую напряженность.

Мотивом обращения к процентам была просьба учителя повторить дома эту тему. Ребята вспомнили определение и выполнили задание. Один ученик у доски, а остальные в тетрадях выполняли математический диктант, включающий задания на перевод процентов в обыкновенную или десятичную дробь и обратно. Поскольку это одно из главных умений для изучения нового материала, учитель задание продублировал. Если сначала ученик во время математического диктанта показал образец, то затем каждый по своей карточке выполнил похожее задание, по готовым ответам проверил сам себя, выяснил, какие ошибки допустил, чем ошибки были вызваны.

Представляется необходимым перед началом самостоятельной работы дать возможность ученикам ознакомиться с ее содержанием, формой предъявления (задание дано в таблице, надо понять, как она устроена, что нужно сделать), надо дать возможность ученикам задать вопросы по работе. Это будет служить и настроем на работу, и даст ученикам большую уверенность. Как прием можно предложить следующее: попросить какого-нибудь ученика рассказать план выполнения самостоятельной работы.

Удачен прием, предложенный учителем для передышки, когда каждый вытягивает карточку с одним единственным вопросом, ответ на который слушает только учитель. (Учитель назвал этот прием «Математические карты».)

Подведем итог этапу «Умеешь ли ты?». Ученики умеют решать задачи на нахождение дроби от числа, умеют связывать проценты с дробью, умеют выстраивать план решения, умеют комментировать свои действия, умеют анализировать свои ошибки.

Проанализируем **этап «Объяснишь ли ты?»**. Что должны объяснить дети?

- Как решались задачи в 5 классе.
- Какая тема урока.
- Как новым способом решать задачи на проценты.
- Как находить процент от данного числа.

Итак, на этапе «Объяснишь ли ты?» можно выделить несколько частей:

1) *Введение алгоритма* нахождения процента от данного числа, что было осуществлено в следующей последовательности:

- решение задачи на проценты старым способом;
- установление связи между задачами на проценты с задачами на нахождение дроби от данного числа;
- формулирование темы урока, составление алгоритма, нахождение процента от данного числа.

На этом этапе урока использовался поисковый метод: ученики находят связи, находят алгоритм, определяют тему. При изучении нового материала использовались следующие вопросы, стимулирующие мысль: «Не показалась ли задача знакомой? На какую задачу похожа? Почему совпали ответы? Как вы рассуждали? Как проще?»

Было предложено сочетание различных форм организации работы (самостоятельная работа для актуализации прошлого, фронтальная работа для установления связей, для составления алгоритма решения задач новым способом, самостоятельная работа для решения задачи новым способом).

Учителю, который сталкивается с необходимостью перестраивать старый опыт детей, следует помнить, что это достаточно трудный психологический момент урока. Всегда надо дать возможность ученикам сравнить новое со старым, убедить ребят, что новый способ лучше, а может равноценен старому, ученик не должен по велению учителя отказываться от старого, к тому же всегда удобно иметь в запасе несколько способов решения, что дает лишнюю возможность себя контролировать. Поэтому и в новом материале надо было дать возможность решить задачу, используя перевод к десятичным дробям, тем более, что дальнейшее обращение к правилу вынуждает детей игнорировать одну из строчек правила.

2) *Самостоятельная работа с правилом* по учебнику. На этом этапе учитель предложил прочитать и постараться запомнить правило, изложенное в учебнике, затем каждый проговорил

правило для всех. Следует отметить, что учитель даже не назвал страницу, на которой есть рассматриваемое правило, что говорит о том, что ученики обучены этому умению работы с книгой.

Как показали ответы учеников, правило вызывает у них затруднения в запоминании, поэтому можно порекомендовать следующий прием работы: разбить текст на части (в правиле два шага), в каждой части выделить ключевое слово (на первом шаге — это слово «выразить», на втором – «умножить»), повторить несколько раз ключевое слово, а к дальнейшим словам каждой части поставить нужный вопрос (в данном случае: «Что выразить?», «Что умножить?»). Индивидуальной проверке запоминания может предшествовать хоровая проверка, которая более комфортна ученикам.

3) *Работа над заданием «Сравнить значения двух выражений»*, которая была организована по парам, причем каждая пара вносила свой вклад в общее задание. Удачен вопрос учителя перед выполнением задания: «Как вы понимаете задание?»

4) *Самостоятельная работа*, связанная с уравнением, которая была выполнена по плану, предложенному одним из учеников. Проверка была осуществлена фронтальным обсуждением результатов. К этому моменту урока ребята уже устали. Может, надо было снять это задание, переключиться на что-то принципиально иное (музыка, стихи, движения...).

5) В конце урока была предложена *самостоятельная работа*, которая включала не только задания, типичные разобранным, но и задания будущей темы. Представляется важным предупредить ребят об этом, с тем, чтобы они не огорчались, если что-то не получится, и, наверно, не только не снижать оценки, а вообще их не ставить. Проконтролировать себя каждый мог по готовым ответам, может быть есть смысл предоставить ученику возможность доработать по карточке дома. Во время самостоятельной работы учитель оказывал индивидуальную помощь слабому ученику. При беседе один на один нужно выделить проблемы ученика, на каждое его затруднение дать какую-нибудь опору (схему, рисунок, перечень вопросов, какие надо задать самому себе и т. п.).

6) *Подведение итогов урока*. На итоге урока было выделено главное в теме, домашнее задание предоставляло возможность ученикам сделать индивидуальный выбор, как по объему материала, так и по его характеру.

Еще один психологический аспект урока следует отметить: учитель старается не повторять свои слова, слова ребят, что лишний раз оберегает уши детей; свое согласие — не согласие выражает мимикой, жестами, а не голосом. Кроме того, учитель старается подбодрить учеников, дает и им прием аутотренинга: похвали себя сам.

Общие выводы по уроку:

Цели урока достигнуты: ученики знают правило нахождения процента от данного числа, умеют его применять в основных ситуациях.

Учитель грамотно построил урок, подобрал его содержание, разнообразил формы работы в соответствии с поставленными целями, учащиеся активно участвовали в уроке.

Можно воспользоваться следующими приемами:

- мотивация через название этапов;
- использование поискового метода при изучении нового материала;
- установление связей нового материала с прошлым через решение одной и той же задачи различными способами;
- парная работа, когда результат каждой пары учитывается всеми, оказание помощи друг другу, взаимопроверка;
- использование заданий для умственной разминки, использование индивидуальных вопросов;
- создание комфортного климата с помощью похвалы и поддержки учащихся;
- предоставление единых требований ко всем учащимся.

Приложение 21

Урок изучения нового материала, где ведущими методами являются беседа (объяснительно-иллюстративная) и практические методы (репродуктивные и частично-поисковые)

Тема: Квадратный корень из произведения [2].

Цели:

- *повторить определение арифметического квадратного корня;*
- *ввести и доказать формулу квадратного корня из произведения;*
- *научиться применять формулу, если под корнем:*
  а) стоят два множителя;
  б) стоят три множителя;
  в) произведение задано не явно.
- *проверить усвоение с помощью самостоятельной работы.*

План урока:
1. Актуализация знаний.
2. Изучение нового материала (введение и усвоение).
3. Закрепление формулы на примерах.
4. Подведение итогов.
5. Самостоятельная работа.
6. Задание на дом.

Ход урока

Итак, мы продолжаем изучать большую тему «Арифметический квадратный корень». Сегодня мы познакомимся с одним из свойств арифметического квадратного корня.

Ознакомление учеников с целью урока, установление связей с изученным

1. Актуализация знаний.

Вопросы *для повторения*:

- Как называется выражение $\sqrt{a}$?
- Что называется арифметическим квадратным корнем из числа a? (Арифметическим квадратным корнем из числа a называется такое неотрицательное число, квадрат которого равен a.)

Учитель делает запись:

$$\sqrt{a} \to \sqrt{a} \geq 0$$
$$\sqrt{a} \to (\sqrt{a})^2 = a$$

- При каком значении a выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл?

2. Изучение нового материала.

Введение теоремы.

Рассмотрим арифметический корень $\sqrt{16 \cdot 25} =$

Ученики считают: $\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{400} = 20.$

Найдите значение выражения: $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} =$

Ученики считают: $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$

Мы получили равные результаты (правые части), значит, и левые части будут равны:

$$\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} .$$

Итак, *корень из произведения двух чисел равен произведению корней из этих чисел*.

Оказывается, это верно не только для чисел 16 и 25, а для любых двух неотрицательных чисел.

Теорема: Если $a \ge 0$, $b \ge 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

(Корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.)

2—3 ученика повторяют формулировку теоремы

Доказательство

1. Ребята, а почему так важно, чтобы множители были неотрицательными, т. е. $a \ge 0$ и $b \ge 0$? (Только при таких условиях $\sqrt{ab}$, $\sqrt{a}$ и $\sqrt{b}$ — имеют смысл.)

2. Посмотрите на равенство $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$. Как называется выражение, записанное в левой части? (Арифметический квадратный корень из числа *ab*.) Чтобы доказать равенство, мы должны показать, что значение выражения в правой части равно значению арифметического квадратного корня из числа *ab*. Итак, распишем левую часть равенства:

Учитель сообщает идею доказательства

$$\begin{tikzcd} & (\sqrt{ab}) \ge 0 \\ \sqrt{ab} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (\sqrt{ab})^2 = ab \end{tikzcd}$$

Таким образом, нам нужно доказать, что в правой части стоит число, удовлетворяющее этим двум условиям: это число должно быть неотрицательно; его квадрат дает число *ab*.

3. Расписываем компоненты правой части:

$$\begin{tikzcd} & \sqrt{a} \ge 0 \\ \sqrt{a} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (\sqrt{a})^2 = a \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} & \sqrt{b} \ge 0 \\ \sqrt{b} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (\sqrt{b})^2 = b \end{tikzcd}$$

4. Делаем выводы: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \ge 0$, так как произведение двух неотрицательных чисел неотрицательно.

Найдем квадрат произведения двух чисел $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2$.

Чему равно это выражение?

Ученики считают: $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$

Мы получили, что левая часть равна правой части: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Запись доказательства:

1) $a \geq 0$ и $b \geq 0$, значит, $\sqrt{ab}$, $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$ — имеют смысл.

2) Расписываем левую часть:

$$\begin{tikzcd} & \sqrt{ab} \geq 0 \\ \sqrt{ab} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (\sqrt{ab})^2 = ab \end{tikzcd}$$

3) Распишем компоненты правой части:

$$\begin{tikzcd} & \sqrt{a} \geq 0 & & & \sqrt{b} \geq 0 \\ \sqrt{a} \arrow[ur] \arrow[dr] & & & \sqrt{b} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (\sqrt{a})^2 = a & & & (\sqrt{b})^2 = b \end{tikzcd}$$

4) Делаем выводы:

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$, так как произведение двух неотрицательных чисел неотрицательно.

$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$.

Значит, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Вопросы *на усвоение*:

- Как звучит формулировка теоремы?
- Что делали на первом этапе доказательства? (Выясняли, что при данных условиях компоненты равенства имеют смысл.)
- Что делали на втором этапе доказательства? (Расписывали левую часть.)
- Что делали на третьем этапе доказательства? (Расписывали компоненты правой части равенства по частям.)
- Что делали на четвертом этапе доказательства? (Делали выводы.)
- Как можно на основе этой теоремы сформулировать правило извлечения квадратного корня из произведения? (Чтобы извлечь корень из произведения, нужно извлечь корень из каждого множителя.)

Итак, мы доказали теорему об извлечении квадратного корня из произведения двух множителей. Будет ли теорема верна, если произведение будет содержать три множителя? Попробуйте доказать это утверждение самостоятельно, продолжив равенство:

$$\sqrt{abc} = \sqrt{(ab)c} = \ldots$$

3. Закрепление изученного.

- На доске записаны примеры:

1. $\sqrt{25 \cdot 81} =$
2. $\sqrt{4 \cdot 25 \cdot 100} =$
3. $\sqrt{14400} =$

Первые два примера репродуктивного характера, а последний требует поиска.

Задаются *общие* вопросы!

Можно ли сказать, что три примера связаны с доказанной теоремой? (В первых двух примерах дан корень из произведения, а в третьем случае подкоренное выражение можно представить в виде произведения, значит, можно применить доказанную теорему.)

Учитель под диктовку учеников заканчивает равенства.

- Решение примеров из учебника:

— *№ 357* (под корнем дано произведение двух множителей), *№ 360* (а, б, в) (под корнем дано произведение трех множителей), *№ 370* (подкоренное выражение предварительно нужно представить в виде произведения удобных множителей, поскольку под корнем стоит или большое число, которого нет в таблице квадратов, или десятичная дробь. Предоставление учащимся примера с десятичной дробью требует применения частично-поискового метода).

— *№ 357.* У доски работают два ученика: первый решает *№ 357* (а, в, ж), второй *№ 357* (б, г, е). Класс решает самостоятельно весь номер. По окончании работы с места по цепочке зачитываются ответы.

— *№ 360 (а, б, в).* У доски работают два ученика, выполняя одинаковое задание. По окончании работы ученики меняются местами и проверяют друг друга. Класс читает свои варианты ответов по цепочке.

— *№ 370 (первая строка).* Один ученик у доски работает самостоятельно, класс тоже работает самостоятельно. По окончании к доске вызывается ученик — консультант. Первый ученик комментирует свое решение, консультант внимательно следит за ответом и за записью у доски. Если консультант ошибается или пропускает ошибку, класс ее тут же исправляет.

4. Подведение итогов:

- С какой теоремой мы сегодня познакомились? (С теоремой об извлечении корня из произведения.)
- Как формулируется эта теорема?
- Как формулируется правило извлечения квадратного корня из произведения?
- Когда пользуемся этим правилом? (Когда нужно извлечь корень из произведения; когда извлечь корень из числа, которого нет в таблице квадратов.)
- Как поступаем, если число, стоящее под корнем, большое, оканчивающееся нулями? (Выделяем множитель 100, 1000 и т. д.)
- Как поступаем, если число дробное? (Выделяем множитель 0,01; 0,0001 и т. д.)

5. Самостоятельная работа. (Из дидактических материалов С-18, № 1, 5.)

6. Задание на дом: теорема, № 359 (а, б); 361 (а, б); 371.

Приложение 22

Урок-лекция

Тема: Квадратный корень из произведения [2].

Цели:

- *повторить определение арифметического квадратного корня;*
- *ввести и доказать формулу квадратного корня из произведения и дроби;*
- *научиться применять формулы, если под корнем:*
  а) стоят два множителя;
  б) стоят три множителя;
  в) произведение задано не явно;
  г) стоит дробь.

План:

1. Актуализация знаний.
2. Введение и усвоение теоремы об извлечении квадратного корня из произведения.
3. Закрепление формулы на примерах.
4. Введение и усвоение теоремы об извлечении квадратного корня из дроби.
5. Закрепление формулы на примерах.
6. Подведение итогов.
7. Задание на дом.

Ход лекции:

Мы продолжаем изучать большую тему «Арифметический квадратный корень». Сегодня на уроке познакомимся с двумя свойствами арифметического квадратного корня.

> Ознакомление учеников с целью урока, установление связей с изученным

1. Актуализация знаний.

Вопросы *для повторения*:

- Как называется выражение $\sqrt{a}$?
- Что называется арифметическим квадратным корнем из числа a? (Арифметическим квадратным корнем из числа a называется такое неотрицательное число, квадрат которого равен a.)

> Учитель делает запись:
>
> $\sqrt{a} \to \sqrt{a} \geq 0$
>
> $\sqrt{a} \to (\sqrt{a})^2 = a$

- При каком значении a выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл?

2. Введение и усвоение теоремы об извлечении квадратного корня из произведения.

Рассмотрим арифметический корень $\sqrt{16 \cdot 25}$.

$\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{400} = 20.$

Найдем значение выражения: $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25}$. $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20.$

Мы получили равные результаты (правые части), значит, и левые части будут равны:

$\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25}$.

Итак, *корень из произведения двух чисел равен произведению корней из этих чисел.*

Оказывается, это верно не только для чисел 16 и 25, а для любых двух неотрицательных чисел. Итак:

Теорема 1: Если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

(*Корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей.*)

Доказательство

1. В условии сказано, что $a \geq 0$ и $b \geq 0$, значит, выражения $\sqrt{ab}$, $\sqrt{a}$ и $\sqrt{b}$ — имеют смысл.

Учитель сообщает идею доказательства

2. Посмотрим на равенство $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$. В левой части стоит арифметический квадратный корень из числа ab.

Чтобы доказать равенство, мы должны показать, что значение выражения в правой части равно значению арифметического квадратного корня из числа ab.

Итак, распишем левую часть равенства:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & \sqrt{ab} \geq 0 \\ \sqrt{ab} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (\sqrt{ab})^2 = ab \end{tikzcd}$$

Таким образом, нам нужно доказать, что в правой части стоит число, удовлетворяющее этим двум условиям:

- это число должно быть неотрицательно;
- его квадрат дает число ab.

Распишем компоненты правой части:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] & \sqrt{a} \geq 0 & & & \sqrt{b} \geq 0 \\ \sqrt{a} \arrow[ur] \arrow[dr] & & & \sqrt{b} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ & (\sqrt{a})^2 = a & & & (\sqrt{b})^2 = b \end{tikzcd}$$

Делаем выводы:

- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$, так как произведение двух неотрицательных чисел неотрицательно.
- Найдем квадрат произведения двух чисел $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2$.

$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab.$

Мы получили, что левая часть равна правой части: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Учитель повторяет формулировку и основные этапы доказательства:

- на первом этапе доказательства выясняли, что при данных условиях компоненты равенства имеют смысл;
- на втором этапе доказательства расписывали левую часть;
- на третьем этапе доказательства расписывали компоненты правой части равенства;
- на четвертом этапе доказательства делали выводы.

Ученики повторяют правило и основные этапы доказательства

На основе этой теоремы можно сформулировать правило извлечения квадратного корня из произведения: *чтобы извлечь корень из произведения, нужно извлечь корень из каждого множителя*.

Итак, мы доказали теорему об извлечении квадратного корня из произведения двух множителей. Будет ли теорема верна, если произведение будет содержать три множителя? Нетрудно предположить, что ответ положителен. Докажем это утверждение:

$$\sqrt{abc}=\sqrt{(ab)c}=\sqrt{ab}\cdot\sqrt{c}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}$$

3. Закрепление формулы на примерах.

Рассмотрим следующие примеры:

1. $\sqrt{25\cdot 81}=$

2. $\sqrt{4\cdot 25\cdot 100}=$

3. $\sqrt{14400}=$

4. $\sqrt{313^2-312^2}=$

Все четыре примера связаны с доказанной теоремой, потому что в первых двух примерах дан корень из произведения, а в двух последних – подкоренное выражение можно представить в виде произведения:

1. $\sqrt{25\cdot 81}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{81}=5\cdot 9=45.$

2. $\sqrt{4\cdot 25\cdot 100}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}\cdot\sqrt{100}=2\cdot 5\cdot 10=100.$

3. $\sqrt{14400}=$ (Представим подкоренное выражение в виде произведения удобных множителей. Число оканчивается двумя нулями, значит, удобно выделить множитель 100. Получится) $=$ $=\sqrt{144\cdot 100}=\sqrt{144}\cdot\sqrt{100}=12\cdot 10=120.$

4. $\sqrt{313^2-312^2}=\sqrt{(313-312)\cdot(313+312)}=\sqrt{1\cdot 625}=25.$

4. Введение и усвоение теоремы об извлечении квадратного корня из дроби.

Мы узнали, как можно извлечь корень их произведения. Второе свойство арифметического корня связано с извлечением квадратного корня из дроби.

Теорема 2: Если $a \geq 0$, $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (*Корень из дроби, числитель которой неотрицателен, а знаменатель положителен равен корню из числителя, деленному на корень из знаменателя.*)

Доказательство:

Воспользуемся той же схемой доказательства, что и при изучении первой теоремы.

1. В условии сказано, что $a \geq 0$ и $b > 0$, значит, выражения

$\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}}$ — имеют смысл.

Ученики могут привлекаться как к формулированию этапов доказательства, так и к их реализации

2. Распишем левую часть равенства:

$$\begin{tikzcd}
 & \sqrt{\frac{a}{b}} \geq 0 \\
\sqrt{\frac{a}{b}} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
 & \left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}
\end{tikzcd}$$

Таким образом, нам нужно доказать, что в правой части стоит число, удовлетворяющее этим двум условиям:

- это число должно быть неотрицательно;
- его квадрат дает число $\frac{a}{b}$.

3. Распишем компоненты правой части:

$$\begin{tikzcd}
 & \sqrt{a} \geq 0 & & & \sqrt{b} > 0 \\
\sqrt{a} \arrow[ur] \arrow[dr] & & & \sqrt{b} \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
 & (\sqrt{a})^2 = a & & & (\sqrt{b})^2 = b
\end{tikzcd}$$

4. Делаем выводы:

- $\sqrt{a} : \sqrt{b} \geq 0$, так как частное от деления неотрицательного числа на положительное неотрицательно.

- Найдем квадрат частного этих чисел

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{a}\right)^2}{\left(\sqrt{b}\right)^2} = \frac{a}{b}.$$

Мы получили, что левая часть равна правой части: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

На основе этой теоремы можно сформулировать правило извлечения квадратного корня из дроби: *чтобы извлечь корень из дроби, нужно извлечь корень сначала из числителя, а потом из знаменателя.*

5. Закрепление формулы на примерах.

Рассмотрим примеры:

1. $\sqrt{\frac{100}{49}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{49}} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}.$

2. $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$

3. $\sqrt{5\frac{4}{9} \cdot 11\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{49}{9} \cdot \frac{289}{25}} = \sqrt{\frac{49}{9}} \cdot \sqrt{\frac{289}{25}} = \frac{7}{3} \cdot \frac{17}{5} = \frac{119}{15} = 7\frac{14}{15}.$

4. $\sqrt{\frac{400}{a^2}} = \frac{\sqrt{400}}{\sqrt{a^2}} = \frac{20}{|a|}.$

Вид доски: *Свойства арифметического квадратного корня*.

Теорема1: Если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$. **Доказательство:** 1. $a \geq 0$ и $b \geq 0$, значит, $\sqrt{ab}$, $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$ — имеют смысл.	Теорема 2: Если $a \geq 0$, $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ **Доказательство:** 1. $a \geq 0$ и $b > 0$, значит, $\sqrt{\frac{a}{b}}$, $\sqrt{a}$ и $\sqrt{b}$ — имеют смысл.

Продолжение табл.

2. Расписываем левую часть: $\sqrt{ab} \nearrow \sqrt{ab} \ge 0$ $\sqrt{ab} \searrow (\sqrt{ab})^2 = ab$	2. Расписываем левую часть равенства: $\sqrt{\frac{a}{b}} \nearrow \sqrt{\frac{a}{b}} \ge 0$ $\sqrt{\frac{a}{b}} \searrow (\sqrt{\frac{a}{b}})^2 = \frac{a}{b}$
3. Распишем компоненты правой части: $\sqrt{a} \nearrow \sqrt{a} \ge 0$ $\sqrt{a} \searrow (\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt{b} \nearrow \sqrt{b} \ge 0$ $\sqrt{b} \searrow (\sqrt{b})^2 = b$	3. Распишем компоненты правой части: $\sqrt{a} \nearrow \sqrt{a} \ge 0$ $\sqrt{a} \searrow (\sqrt{a})^2 = a$ $\sqrt{b} \nearrow \sqrt{b} \ge 0$ $\sqrt{b} \searrow (\sqrt{b})^2 = b$
4. Делаем выводы: а) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \ge 0$, так как произведение двух неотрицательных чисел неотрицательно. б) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 =$ $= (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$ $\boxed{\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}$	4. Делаем выводы: а) $\sqrt{a} : \sqrt{b} \ge 0$, так как частное неотрицательного числа на положительное неотрицательно. б) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{a}\right)^2}{\left(\sqrt{b}\right)^2} = \frac{a}{b}$ $\boxed{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}$

6. Подведение итогов.

- С какими свойствами арифметического корня мы сегодня познакомились? (Со свойствами извлечения корня из произведения и дроби.)
- Как формулируется первая теорема?
- Как формулируется правило извлечения квадратного корня из произведения?
- Когда пользуемся этим правилом? (Когда нужно извлечь корень из произведения; когда извлечь корень из числа, которого нет в таблице квадратов, когда подкоренное выражение представлено в виде разности квадратов.)
- Как поступаем, если число, из которого надо извлечь корень, большое, оканчивающееся нулями? (Выделяем множитель 100, 1000 и т. д.)
- Как поступите, если число, стоящее под корнем, будет десятичной дробью, например, *20, 25*? (В этом случае нужно выделить множитель 0,01; 0,0001 и т. д.)
- Как формулируется вторая теорема?
- Как формулируется правило извлечения корня из дроби?
- Когда пользуемся этим правилом? (Когда подкоренное выражение обыкновенная дробь или смешанное число.)
- Бывают ли случаи, когда пользуются двумя теоремами? Приведите пример.

7. Задание на дом: теоремы, № 359; 361; 365; 371.

Приложение 23

Урок изучения нового материала, где ведущими методами являются беседа (проблемная) и учащиеся проводят исследование проблемы

Тема: Извлечение арифметического корня из произведения, дроби, степени [34].

Цели: *Провести поиск новых тождеств, связанных с радикалами, по схеме исследования: мостик в теорию; поиск гипотезы; доказательство гипотезы; поиск новых гипотез и их доказательство.*

План:

1. Выполнение задания на нахождение стороны квадрата, если задана его площадь, старыми способами.

2. Поиск новых способов извлечения корня из произведения, формулирование гипотезы и мотивирование необходимости доказательства теоремы об извлечении корня из произведения.

3. Доказательство теоремы об извлечении корня из произведения.

4. Применение доказанной теоремы и поиск новых гипотез.

5. Групповая работа по доказательству теорем об извлечении корня из дроби и корня из степени.

6. Подведение итогов.

7. Задание на дом.

Ход урока

1. Выполнение задания на нахождение стороны квадрата, если задана его площадь, старыми способами.

Учащимся предлагается задание: *Найдите сторону квадрата, если его площадь равна:*

- *площади прямоугольника со сторонами 25 см и 81 см;*
- *площади прямоугольника со сторонами 2,5 дм и 8,1 дм;*
- $5\frac{4}{9}$ *кв. единиц;*
- 10^8;
- 10^5.

Задание может быть предложено в форме математического диктанта, причем для контроля двое могут работать на закрытых досках. Важно, чтобы при выполнении задания были сделаны следующие записи:

$$1)\ \sqrt{25\cdot 81};\qquad 2)\ \sqrt{2{,}5\cdot 8{,}1};\qquad 3)\ \sqrt{5\frac{4}{9}};\ 4)\ \sqrt{10^8};\qquad 5)\ \sqrt{10^5}.$$

В случае, если выражения не были составлены, а сразу был найден ответ, то возможен вопрос: «Можно ли для решения задания составить указанные выражения?»

2. Поиск новых способов извлечения корня из произведения, формулирование гипотезы и мотивирование необходимости доказательства теоремы об извлечении корня из произведения.

При обсуждении решения примера 1) ученики могут предложить:

- способ вычисления подкоренного выражения;
- способ использования известного тождества:

$$\sqrt{25\cdot 81}=\sqrt{5^2\cdot 9^2}=\sqrt{(5\cdot 9)^2}=5\cdot 9=45;$$

- способ извлечения корня из каждого множителя.

> *Общие вопросы:*
> 1) как находили значение выражения?
> 2) можно ли воспользоваться известными тождествами?
> 3) можно ли найти значение выражения как-нибудь иначе?

Когда возникнет способ извлечения корня из каждого множителя, ученикам предлагается *проверить, годится ли этот способ* для вычисления корней: $\sqrt{4\cdot 9}$, $\sqrt{64\cdot 36}$ и сформулировать соответствующую гипотезу о способе нахождения $\sqrt{a\cdot b}$. Мотивом доказательства теоремы может служить напоминание, приведенное в учебном тексте: «*Помните: опровергнуть гипотезу можно одним примером, для которого гипотеза несправедлива. И помните, что как бы много примеров, подкрепляющих гипотезу, вы бы ни обнаружили, для доказательства гипотезы этого мало! А вдруг где-то таится пример-разрушитель? Уверены ли вы, например, что ваша гипотеза верна для* $\sqrt{3\cdot 37}$?»

3. Доказательство теоремы об извлечении корня из произведения.

Ученикам предлагается сформулировать теорему, указав, при каких значениях a и b в ней идет речь. Проблемный метод доказательства предполагает ситуацию, когда ученики сами намечают план доказательства. Учитель руководствуется общими подходами: *при доказательстве равенства анализируется каждая его часть и показывается, что они имеют одинаковый смысл, равны их значения или равны их «посредники»*. Ученики находят способ доказательства, заполняя схему:

1) объяснить, зачем дано ограничение на значения a и b;
2) проанализировать левую часть равенства;
3) проанализировать компоненты правой части равенства;
4) сделать выводы.

4. Применение доказанной теоремы и поиск новых гипотез.

Сначала ученикам предлагается применить теорему для примеров, предложенных в начале урока, и выбрать из них те, где удобно ею пользоваться:

1) $\sqrt{25\cdot 81}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{81}=5\cdot 9=45$;

2) $\sqrt{2{,}5\cdot 8{,}1}=\sqrt{25\cdot 0{,}1\cdot 81\cdot 0{,}1}=\sqrt{25\cdot 81\cdot 0{,}01}=$

$=\sqrt{25}\cdot\sqrt{81}\cdot\sqrt{0{,}01}=5\cdot 9\cdot 0{,}1=4{,}5;$

3) $\sqrt{5\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{49}{9}}=\sqrt{49\cdot\frac{1}{9}}=\sqrt{49}\cdot\sqrt{\frac{1}{9}}=7\cdot\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}$;

4) $\sqrt{10^8}=\sqrt{10^2}\cdot\sqrt{10^2}\cdot\sqrt{10^2}\cdot\sqrt{10^2}=10\cdot 10\cdot 10\cdot 10=10^4$;

5) $\sqrt{10^5}=\sqrt{10^4\cdot 10}=\sqrt{10^4}\cdot\sqrt{10}=\sqrt{\left(10^2\right)^2}\cdot\sqrt{10}=10^2\cdot\sqrt{10}=100\sqrt{10}$.

На итоге подчеркивается, что в некоторых случаях пришлось выполнять некоторые дополнительные преобразования, например, пришлось преобразовывать частное, степень. Нельзя ли получить формулу для извлечения корня из частного? корня из степени?

5. Групповая работа по доказательству теорем об извлечении корня из дроби и корня из степени.

Класс делится на группы. Часть групп формулируют и доказывают теорему об извлечении корня из дроби, остальные группы формулируют и доказывают теорему об извлечении корня из степени, если показатель степени является четным числом.

По окончании работы группы представляют свои доказательства, сохраняя структуру доказательства, показанную на теореме об извлечении корня из произведения.

Образцы записи решения ученики показывают на примерах:

$$\sqrt{5\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{49}{9}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3},$$

$$\sqrt{2{,}5\cdot 8{,}1}=\sqrt{\frac{25}{10}\cdot\frac{81}{10}}=\sqrt{\frac{25\cdot 81}{100}}=\frac{\sqrt{25\cdot 81}}{\sqrt{100}}=\frac{5\cdot 9}{10}=\frac{45}{10}=4{,}5,$$

$$\sqrt{10^8}=\sqrt[2]{10^8}=10^{8:2}=10^4.$$

6. Подведение итогов:

- Что об извлечении корня узнали на уроке? (Из каких выражений можно извлекать корень; как доказывается теорема об извлечении корня, когда и как им удобно пользоваться.)
- Из каких рациональных выражений учились извлекать корень? (Из произведения, из дроби, из степени.)
- Как формулируется теорема об извлечении корня из произведения? Когда удобно пользоваться этой теоремой? (Если подкоренное выражение представлено в виде произведения; если в подкоренном выражении можно выделить «удобный» множитель.) Приведите примеры.
- Как формулируется теорема об извлечении корня из дроби? Когда удобно пользоваться этой теоремой? (Если подкоренное выражение обыкновенная дробь, десятичная дробь или смешанное число.) Приведите примеры.

- Как формулируется теорема об извлечении корня из степени? Когда удобно пользоваться этой теоремой? (Если подкоренное выражение представлено в виде степени или может быть представлено в виде степени.) Приведите примеры.
- Можно ли сказать, что в примере $\sqrt{10^5} = 100\sqrt{10}$ мы вынесли множитель из-под знака радикала?
- Чем следует заняться дома и что предстоит сделать на следующем уроке? (Повторить теоремы и потренироваться в их применении.)

7. Задание на дом: теоремы (с доказательством), задания 1, 2, 3, 10.

В задании 1 нужно прочитать указанные формулы (это устно) и привести примеры выражений, которые могут быть преобразованы по этим формулам. В остальных заданиях указана формула и предложено выбрать те выражения, которые можно преобразовать по указанной формуле. Если есть уверенность в применении формулы, то можно выбрать более трудные задания из практикума.

Комментируем домашнее задание

Приложение 24

Урок изучения нового материала, когда ученики работают по учебной книге

Тема: Квадратный корень из произведения.

Вариант 1. Учебник-справочник [2].

Цели:

- *повторить определение арифметического квадратного корня;*
- *ввести и доказать формулу квадратного корня из произведения;*
- *научить применять формулу, если под корнем:*
  - *а) стоят два множителя;*
  - *б) стоят три множителя;*
  - *в) произведение задано не явно.*
- *проверить усвоение с помощью самостоятельной работы.*

План:

1. Актуализация знаний.
2. Изучение нового материала.
3. Закрепление формулы на примерах.
4. Подведение итогов.
5. Самостоятельная работа.
6. Задание на дом.

Ход урока

Ход урока похож на первый урок, описанный в «Приложении 21», различие только на этапе изучения теоремы. Если раньше изучение нового материала осуществлялось во время объяснительно-иллюстративной беседы, то на этом уроке ученики работают с учебником.

С этой целью учитель дает ученикам следующее задание.

Изучите в п.15 *пример перед теоремой 1, теорему 1 и примеры 1 и 2* и ответьте на вопросы (вопросы заранее записаны на доске, что помогает ученикам целенаправленно работать с текстом учебника):

- как удобнее вычислить $\sqrt{4 \cdot 81}$?
- как формулируется теорема?
- как кратко записать формулировку теоремы?
- зачем в условии теоремы даны ограничения на значения a и b?
- о каких двух условиях идет речь в теореме?
- почему необходимо проверить выполнение этих двух условий?
- как осуществляется проверка этих двух условий?
- как доказывается случай, когда число множителей больше двух?
- чем отличаются примеры 1 и 2?
- как можно сформулировать правило работы с примерами, похожими на пример 1? (Приведите свои примеры.)
- как можно сформулировать правило работы с примерами, похожими на пример 2? (Приведите свои примеры.)

По окончании самостоятельной работы с учебником осуществляется проверка изученного материала по указанным вопросам. В роли учителя выступают отдельные ученики, и на доске и в тетрадях выполняются необходимые записи. Можно в учебнике выделить этапы доказательства, а на дом задать оформить доказательство в тетради.

Вариант 2. Учебник-самоучитель [34].

Цели: *Провести поиск новых тождеств, связанных с радикалами по схеме исследования:*

- *мостик в теорию;*
- *поиск гипотезы;*
- *доказательство гипотезы;*
- *поиск новых гипотез и их доказательство.*

План:

1. Выполнение задания на нахождение стороны квадрата, если задана его площадь, старыми способами.

2. Поиск новых способов извлечения корня из произведения, формулирование гипотезы и мотивирование необходимости доказательства теоремы об извлечении корня из произведения.

3. Доказательство теоремы об извлечении корня из произведения.

4. Применение доказанной теоремы и поиск новых гипотез.

5. Групповая работа по доказательству теорем об извлечении корня из дроби и корня из степени.

6. Подведение итогов.

7. Задание на дом.

Ход урока

Ученики работают по учебнику, выполняя предлагаемые задания, отвечая на каждый поставленный вопрос либо на отдельном листочке, либо соседу по парте, если организована работа по парам. Укажем виды предлагаемых заданий и вопросы для размышления:

Задание 1. Найдите площадь квадрата, если дана его площадь.

Как найти значения квадратных корней, составленных по заданию 1?

Можно ли найти $\sqrt{25\cdot 81}$ *как-нибудь еще?*

Проверьте, годится ли ваш способ для вычисления, например, корней: $\sqrt{4\cdot 9}$, $\sqrt{64\cdot 36}$.

Если ваш способ «сработает», то, может быть, вы сумеете сформулировать соответствующую гипотезу о способе нахождения $\sqrt{a\cdot b}$ *при любых положительных значениях a и b?*

Уверены ли вы, например, что ваша гипотеза верна для $\sqrt{3\cdot 37}$*?*

Попытайтесь доказать свою гипотезу.

Изучите доказательство гипотезы, предложенное авторами.

Сформулируйте и докажите теорему, если в подкоренном выражении будет стоять любое число множителей.

В этом месте полезно заслушать отчеты о проделанной работе, выяснить трудности, с которыми столкнулись ученики. Доказательство теоремы может быть оформлено по схеме:

1) показываем, зачем даны ограничения на значения *a* и *b*;
2) расписываем левую часть равенства;
3) расписываем компоненты правой части равенства;
4) делаем выводы.

На каких примерах показано применение теоремы, в чем их особенность?

Неужели всякий раз, извлекая корень из частного, мы будем преобразовывать его в произведение? Нельзя ли получить формулу для извлечения корня из частного? Какой будет ваша гипотеза?

Нельзя ли получить формулу для нахождения корня непосредственно из степени? Можно ли установить связь между показателем подкоренного выражения и показателем значения корня?

Дальнейшую работу ученики осуществляют по группам, доказывая теоремы 2 и 3. Подведение итогов и задание на дом может быть тем, же, что и при изучении этого материала проблемным методом (см. выше описанный урок).

Приложение 25

Урок совершенствования умений

При построении урока совершенствования умений большую роль играет создание целостной картины урока, что достигается выделением стержневых вопросов (например, методы решения, виды задач, свойства и т. д.). Каждое задание, выносимое на урок совершенствования умений, должно иметь конкретную цель обучения.

Тема: Площадь параллелограмма. [11] Урок провела студентка И. Ефимова.

Цели:

- *научиться применять формулы площади параллелограмма и площади ромба при решении задач различными методами;*
- *доказать формулу площади четырехугольника с перпендикулярными диагоналями.*

План:

1. Обсуждение схемы решения геометрических задач.
2. Решение задачи № 464 (а) учебника [11] двумя методами.
3. Решение задачи, в которой диагональ параллелограмма является его высотой.
4. Решение задач с использованием свойства прямоугольного треугольника с углом 30°.
5. Решение задач, связанных с площадью ромба.
6. Вывод формулы площади четырехугольника с перпендикулярными диагоналями.
7. Подведение итогов.

Ход урока

1. Обсуждение схемы решения геометрических задач.

Сегодня на уроке мы продолжим изучать тему «Площадь», повторим, как найти площади ромба и параллелограмма, улучшим умение решать задачи с использованием этих формул, а также выведем формулу площади одного четырехугольника, не являющегося параллелограммом. Как видим, основное внимание будет уделено решению задач, поэтому воспользуемся следующей схемой:

Схема решения геометрических задач

Какая фигура?
Что известно?
Что найти?
Какая формула?

↙ ↘

Известно? Неизвестно?
Какой метод?

↙ ↘

геометрический	алгебраический
Из какой фигуры?	Условие, которое помогает составить уравнение? Что обозначить за *x*? Выразить другие величины. Составить уравнение

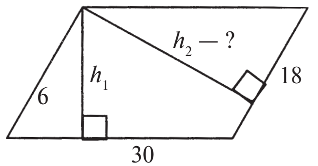
Сначала мы отвечаем на *вопросы*: Какая фигура? Что известно? Что надо найти? Какая формула? Затем мы выбираем *метод* решения, поэтому отвечаем на *вопрос*: Какой метод?

Геометрический метод используется тогда, когда в *формуле*, которую хотим применить, уже известны какие-то данные, а другие можем вычислить, важно только выделить, фигуры, из которых это можно сделать.

Алгебраический метод используем тогда, когда сразу из формулы не можем найти неизвестную величину, в этом случае вводят переменную.

2. Решение задачи № 464 (а) учебника [11] двумя методами.

Ученикам демонстрируется чертеж, по которому предлагается составить текст задачи:



Составленный текст сравнивается с текстом задачи № 464 (а) учебника:

Пусть a и b – смежные стороны параллелограмма, а h_1 *и* h_2 *– его высоты. Найдите* h_2 *, если* $a = 18$ *см,* $b = 30$ *см,* $h_1 = 6$ *см,* $h_2 > h_1$.

К доске вызывается ученик, который, пользуясь рассмотренной схемой отвечает на вопросы:

В задаче речь идет о параллелограмме, известны стороны параллелограмма и высота, проведенная к одной из них. Требуется найти вторую высоту параллелограмма.

Формула, которая связывает основание параллелограмма с его высотой,– формула площади параллелограмма $S_{\text{парал.}} = a{\cdot}h_a$.

Попробуем решить задачу геометрическим методом. В этой формуле известно основание a, равное 18 см, неизвестна $S_{\text{парал.}}$. $S_{\text{парал.}}$ *можно найти по другим данным задачи: другому основанию и высоте, к ней проведенной.*

Решение:

$S_{\text{парал.}} = a{\cdot}h_a$.

1) $S_{\text{парал.}} = b{\cdot}h_1 = 30{\cdot}6 = 180$ (см^2).

2) $S_{\text{парал.}} = a{\cdot}h_2 = 180$ (см^2), $h_2 = S_{\text{парал.}} : a = 180:18 = 10$ (см).

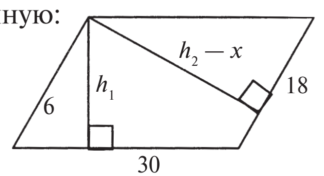
Ответ: 10 см.

Можно ли задачу решить алгебраическим методом? (Ученик, желающий показать этот метод, вызывается к доске.)

Решение:

Основание параллелограмма и его высоту связывает площадь параллелограмма, причем результат вычисления площади не зависит от способа вычисления, поэтому за условие для составления уравнения можно выбрать следующее: $a{\cdot}h_2 = b{\cdot}h_1$.

Вводим переменную:



Получаем уравнение: $18x = 30{\cdot}6,$

$$18x = 180,$$

$$x = 10.$$

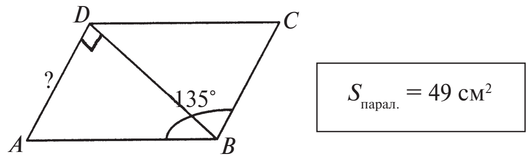
Ответ: 10 см.

Подведем итоги. Что в связи с решением этой задачи хорошо бы запомнить на будущее? (Выслушиваются варианты.) Итак:

- решать задачи помогает схема рассуждений;
- задачи можно решать двумя методами: геометрическим и алгебраическим;
- в задачах, где идет речь о высоте, может помочь площадь фигуры, даже если о ней в условии задачи не говорится.

3. Решение задачи, в которой диагональ параллелограмма является его высотой.

Ученикам предлагается сформулировать условие задачи по чертежу:

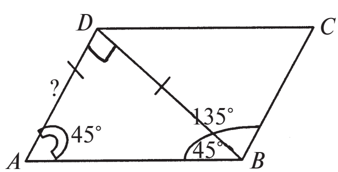


Получается следующая задача: *В параллелограмме ABCD $\angle B = 135°$, диагональ BD перпендикулярна стороне AD. Площадь параллелограмма равна 49* см^2. *Найти AD.*

Учитель предлагает подумать, **что можно найти** по данным задачи?

Рассуждения учеников могут быть такими: зная один угол параллелограмма, можно найти все остальные углы, таким образом $\angle A = 45°$, тогда в треугольнике ABD можно найти угол B, он равен 45°, поэтому треугольник ABD — равнобедренный.

Эти рассуждения отражаются на чертеже:



Итак, мы обозначили все, что дано, все, что можно найти. Можно ли теперь ответить на вопрос задачи? (Пауза.) Получается, что геометрическим способом решить задачу затрудняемся. Что надо делать в этом случае? (Пробовать алгебраический метод.)

С чего начнем? (Выберем условие для составления уравнения.) Какое? (Площадь параллелограмма равна 49 см^2.) Что дальше? (Обозначим AD за x.) Что дальше? (Тогда BD также равна x.) Как связаны эти данные с площадью параллелограмма? *(AD* можно выбрать за основание параллелограмма, тогда BD будет его высотой, а, значит, их произведение равно 49 см^2, поэтому сторона AD равна 7.)

К доске для оформления всего решения вызываются 1—2 ученика, а остальные оформляют решение в тетрадях самостоятельно, а затем сверяют полученные варианты. Оформить можно так:

1. $\angle A = 180° - \angle B = 180° - 135° = 45°$ (свойство параллелограмма). $\Rightarrow$

$\angle ADB = 90°$ (по условию).

$\angle ABD = 45° \quad \Rightarrow \quad \Delta ABD$ — равнобедренный.

2. Пусть *AD = x см, тогда BD = x см,*

$S_{\text{парал.}} = AD \cdot BD$,

$x \cdot x = 49$,

$x^2 = 49$,

$x = 7$.

Ответ: 7 см.

Подведем итоги. Что в связи с решением этой задачи хорошо бы запомнить на будущее? (Выслушиваются варианты.) Итак:

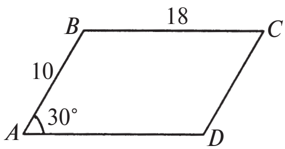
- приступать к решению удобно, задавая себе вопрос: «Что можно найти, зная...?» и отталкиваясь от условия;
- есть задачи, решение которых начинается геометрическим методом, потом подключается алгебраический;
- если в параллелограмме диагональ перпендикулярна стороне, и один из углов параллелограмма равен 45° (135°), то диагональ является высотой параллелограмма и отсекает от него равнобедренный треугольник.

4. Решение задач с использованием свойства прямоугольного треугольника с углом 30°.

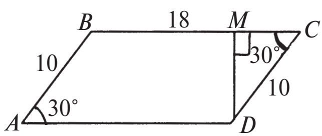
В предыдущей задаче нам помог угол в 45°, другой угол-помощник — угол в 30°. Почему? (Вспоминается свойство прямоугольного треугольника с углом 30°.) Затем предлагается задача:

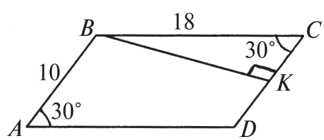
Один из углов параллелограмма равен 30°, одна из сторон равна 10 см, периметр параллелограмма равен 56 см. Найти площадь параллелограмма.

С чего начать после прочтения текста задачи? (Надо построить параллелограмм и нанести данные на чертеж.) Ученики строят параллелограмм, но отметить сразу, какая сторона равна 10 см не могут и приходят к выводу, что сначала надо найти длину другой стороны параллелограмма. Устный счет дает ответ: 18 см, значит, 10 см — длина меньшей стороны, а 18 — длина большей стороны:



Что требуется найти в задаче? (Площадь параллелограмма.) Что нужно знать, чтобы найти площадь параллелограмма? (Длину его высоты.) Мы знаем, что за основание параллелограмма можно выбрать любую его сторону и к ней провести высоту. Вызываются два ученика, одному предлагается выбрать за основание сторону *BC*, а другому — сторону *CD*. Остальные на местах работают со своим вариантом.





Решение:

1. $P = 56$ см, $AB = 10$ см $\Rightarrow BC = 18$ см.

2. ΔMCD – прямоугольный, $\angle C = 30°$ $\Rightarrow DM = 5$ см.

$S_{\text{парал.}} = BC \cdot DM$, $S_{\text{парал.}} = 18 \cdot 5 = 90$ (см^2)

Ответ: 90 см^2

1. $P = 56$ см, $AB = 10$ см $\Rightarrow BC = 18$ см.

2. ΔBCK – прямоугольный, $\angle C = 30°$ $\Rightarrow BK = 9$ см.

3. $S_{\text{парал.}} = CD \cdot BK$, $S_{\text{парал.}} = 10 \cdot 9 = 90$ (см^2)

Ответ: 90 см^2

Подведем итоги. Что в связи с решением этой задачи хорошо бы запомнить на будущее? (Выслушиваются варианты.) Итак:

- перед тем, как нанести данные на чертеж, подумать о соответствии данных рисунку (большая длина – большая сторона),
- одни и те же данные можно отмечать на рисунке несколько раз (10 см, 30°), тогда будет виднее ход поиска решения.

5. Решение задач, связанных с площадью ромба.

Ученикам предлагается на черновиках найти ответ к следующей задаче.

Задача 1. *Сторона ромба равна 6 см, один из углов равен 150°. Найти площадь ромба.*

Выслушиваются ответы учеников, выясняется, кто из учеников испытывал затруднения, в чем причина затруднения. Справившиеся дают советы. (Возможно, что 6 см отметили только для основания, а в задаче удобно 6 см отметить на двух смежных сторонах. Если не знали, как использовать 150°, то следует посоветовать вопрос, уже звучавший на уроке: «Что можно найти, зная 150°?»)

Аналогичная работа проводится с задачей 2.

Задача 2. *Площадь ромба равна 27 см², одна диагональ в 1,5 раза больше другой. Найти диагонали ромба.*

Затруднения могут быть вызваны тем, что либо забыта формула нахождения площади ромба по его диагоналям, либо «забыто» обращение к алгебраическому методу. В первом случае помогает вопрос: «Как связаны диагонали ромба с его площадью?», а во втором: «Как мы поступаем, когда геометрическим способом решить задачу не удается?».

Полезно ученикам задать вопрос: изменится ли решение задачи, если условие было бы задано так?

Найти d_1 и d_2, если $S_{\text{ромба}} = 27\ см^2$, $d_1 = \dfrac{3}{2}d_2$.

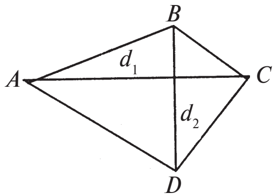
Ученики приходят к выводу, что это текст той же задачи, только условие записано алгебраически. Учитель просит текст задачи № 459 (в), которая будет задана на дом, перевести с алгебраического языка на словесный.

В итогах полезен вопрос, справедлива ли формула $S = \dfrac{1}{2}d_1 \cdot d_2$ для произвольного параллелограмма? Ученики указывают свойство перпендикулярности диагоналей ромба, как необходимое условие использования этой формулы.

6. Вывод формулы площади четырехугольника с перпендикулярными диагоналями.

Мотивом обращения к этой части урока, может служить обсуждение вопроса, можно ли найти площадь четырехугольника, с перпендикулярными диагоналями, который не является ромбом?

Оформляется чертеж и краткая запись условия задачи:

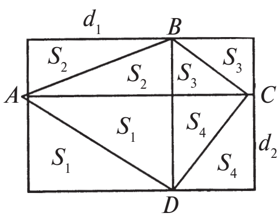


Дано:
$ABCD$ — четырехугольник,
d_1 d_2 — диагонали,
$d_1 \perp d_2$.
Найти: S_{ABCD}.

Вспоминается, как поступали, когда нужно было найти площадь, а формулы для этого не было. В таком случае:

- достраивали фигуры до известной;
- находили площадь получившийся фигуры по формуле и по частям;
- сравнивали результаты;
- делали выводы.

Получается решение:



1. Достроим до прямоугольника.
2. а) $S_{\text{прямоуг.}} = d_1 \cdot d_2$.
   б) $S_{\text{прямоуг.}} = 2S_1 + 2S_2 + 2S_3 + 2S_4 =$
   $= 2(S_1 + S_2 + S_3 + S_4) = 2S_{ABCD}$,
3. $2S_{ABCD} = d_1 \cdot d_2$,
4. $S_{ABCD} = \dfrac{1}{2} d_1 \cdot d_2$.

Подведем итоги. Что в связи с решением этой задачи хорошо бы запомнить на будущее? (Выслушиваются варианты.) Итак:

- надо запомнить формулу;
- а еще лучше помнить этапы доказательства, потому что они повторяются при выводе многих формул, связанных с площадью.

7. Подведение итогов.

Урок подошел к концу. Попробуйте подвести его итог. (Выслушиваются ответы.)

Дома решите следующие задачи: № 459 (в), 460, 461, 464 (в).

Задачу № 459 мы уже комментировали, посмотрите № 460, скажите, какая особенность данного параллелограмма? (Диагональ перпендикулярна стороне параллелограмма, значит, является его высотой.)

В чем особенность параллелограмма, данного в задаче № 461? (В нем угол равен 30°, значит, можно будет воспользоваться свойством прямоугольного треугольника с углом 30°.)

Посмотрите текст задачи № 464 (в), вы видите, что условие записано с помощью буквенных обозначений. Скажите словами, какие данные известны и что требуется найти. (Известна площадь параллелограмма и его стороны. Надо найти высоты.) Не кажется ли вам эта задача легкой? Ее можно заменить на любую понравившуюся.

Приложение 26

Урок обобщения

Важная роль на обобщающих уроках отводится установлению связей между изученными вопросами, чему помогает математическая карта темы; привлечению учеников к созданию ключевых примеров, обсуждению выделенных видов задач, формулированию выводов по теме.

Тема: Арифметический квадратный корень и его свойства.[2] (*Урок провела студентка О. Сыромолотова.)*

Цели:

1) обобщить знания учеников по разделам:

- *извлечение квадратного корня из числа, произведения, степени, дроби;*
- *выполнение действий с арифметическими корнями;*
- *решение иррациональных и квадратных уравнений вида* $x^2 = a$.

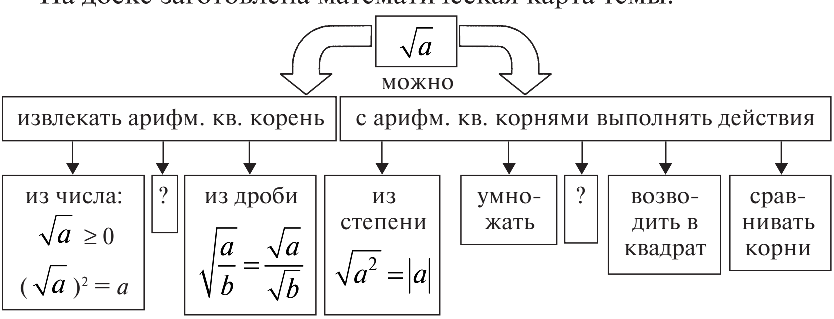
2) *подготовиться к контрольной работе.*

План:

1. Первый этап обобщения: случаи извлечения корня.
2. Второй этап обобщения: действия с арифметическими корнями.
3. Третий этап обобщения: решение уравнений.
4. Подведение итогов.

Ход урока

На доске заготовлена математическая карта темы:



1. Первый этап обобщения: случаи извлечения корня.

Учитель по карте перечисляет три случая извлечения корня (из числа, из дроби, из степени), указывая их теоретические основы. Ученики «снимают» вопрос, отмеченный в карте, указывая еще один случай: извлечение корня из произведения и его обоснование: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

По просьбе учителя ученики на каждый случай предлагают свои примеры. Если примеры не очень интересные, то учитель помогает так: «Приведите примеры, когда под корнем стоит большое число, когда не натуральное число (десятичная дробь, обыкновенная дробь, смешанное число)».

Дальнейшая работа организуется следующим образом. Предлагается пример, указывается его особенность, затем обсуждается решение. В таблице показаны примеры, выделены их особенности, описана форма организации:

№	Пример	Особенность	Организация работы
1.	$0{,}5 \cdot \sqrt{1{,}21} - 2$	Корень из числа включен в алгебраическое выражение	Ученик у доски с комментарием
2.	№ 468 (а, б)	Извлечение корня из трех множителей	Ученик за закрытой доской, остальные самостоятельно, затем проверка
3.	$\sqrt{12 \cdot 3}$	Нельзя сразу применить теорему о корне из произведения	Учитель под комментирование учеников выделяет удобные множители в подкоренном выражении, далее устный счет
4.	$\sqrt{8 \cdot 162}$	Тот же случай	Ученик у доски с комментарием
5.	$\sqrt{61^2 - 60^2}$	Тот же случай, но под корнем разность квадратов	Ученики комментируют, учитель записывает на доске
6.	$\sqrt{(-2{,}5)^2}$	Извлечение корня из квадрата, но в основании стоит число	Ученики комментируют, учитель записывает на доске: $\sqrt{(-2{,}5)^2} = \lvert -2{,}5 \rvert = 2{,}5$
7.	$\sqrt{b^2}$, $b \ge 0$	Извлечение корня из квадрата, но в основании стоит буква	Ученики комментируют, учитель записывает на доске: $\sqrt{b^2} = \lvert b \rvert = b$

Окончание табл.

№	Пример	Особенность	Организация работы
8.	$\sqrt{5^4}$	Извлечение корня из степени, но в основании стоит число	Ученики комментируют, учитель записывает на доске: $\sqrt{5^4} = \sqrt{\left(5^2\right)^2} = \lvert 5^2\rvert = 25$
9.	$\sqrt{x^6}$, $x \le 0$	Извлечение корня из степени, но в основании стоит буква	Ученики комментируют, учитель записывает на доске: $\sqrt{x^6} = \sqrt{\left(x^3\right)^2} = \lvert x^3\rvert = -x^3$
10.	$10 \cdot \sqrt{a^8}$	Тот же случай, но нет указания на значение буквы	Ученики комментируют, учитель записывает на доске: $10 \cdot \sqrt{x^8} = 10 \cdot \sqrt{(a^4)^2} =$ $= 10 \cdot \lvert a^4\rvert = 10 \cdot a^4$

2. Второй этап обобщения: действия с арифметическими корнями.

Учитель по карте перечисляет три действия с арифметическими корнями (умножение, возведение в квадрат и сравнение), указывая их теоретические основы. Ученики «снимают» вопрос, отмеченный в карте, указывая еще одно действие: деление корней и его обоснование: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. По просьбе учителя ученики на каждый случай предлагают свои примеры.

Дальнейшая работа организуется следующим образом. Предлагается пример, указывается его особенность, затем обсуждается решение. В таблице показаны примеры, выделены их особенности, описана форма организации:

№	Пример	Особенность	Организация работы
1.	а) $\sqrt{2{,}5} \cdot \sqrt{3{,}6}$ б) $\sqrt{4{,}9} \cdot \sqrt{40}$	После применения теоремы об умножении корней можно выделить разрядную единицу	Два ученика у доски решают оба примера, остальные самостоятельно, затем следует взаимопроверка в парах
2.	а) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{1280}}$; б) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{1{,}5}}$	После применения теоремы о делении корней можно применить основное свойство дроби	Ученик комментирует с места, учитель пишет на доске решение

Окончание табл.

№	Пример	Особенность	Организация работы
3.	а) $\left(\sqrt{5}\right)^2$; б) $\left(-\sqrt{5}\right)^2$; в) $\left(3\sqrt{5}\right)^2$; г) $3\left(\sqrt{5}\right)^2$.	Разные случаи участия корня при возведении в квадрат	Математический диктант с последующей проверкой результатов
4.	Сравнить: а) 2,3 и $\sqrt{6{,}25}$, б) $\frac{5}{4}$ и $\sqrt{\frac{7}{16}}$	В одном случае корень заменяется рациональным числом, в другом – рациональное число заменяется корнем	Учитель делает записи на доске под диктовку учеников, обращая внимание на оформление

3. Третий этап обобщения: решение уравнений.

Ученикам предлагается список уравнений:

1) $\sqrt{x} - 0{,}6 = 0$,
2) $6\sqrt{x} + 5 = 0$,
3) $x^2 - 0{,}1 = 0{,}06$,
4) $3x^2 + 4 = 0$.

Дальнейшая работа осуществляется вокруг вопросов:

- какие из уравнений списка являются иррациональными? Квадратными?
- какие из уравнений не имеют корней?
- сколько корней может иметь иррациональное уравнение вида $\sqrt{x} = a$?
- сколько корней может иметь квадратное уравнение вида $x^2 = a$?

Ученики оформляют решения всех примеров, учитель записывает только ответы.

4. Подведение итогов.

Ученики на основе сделанных на уроке записей выделяют разделы темы, основные вопросы каждого раздела, особенности примеров, пути преодоления затруднений при их решении.

Приложение 27

Урок устного контроля по системе В.Ф. Шаталова

В.Ф. Шаталов использует следующие материалы для устного контроля знаний учащихся:

- первый лист контроля, в котором перечислены все теоретические вопросы темы;