

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский педагогический государственный университет»
(МПГУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Актуальные вопросы теории и методики обучения математике

*Е.А. Седова, к.п.н.,
проф. кафедры элементарной математики*

Актуальные вопросы теории и методики обучения математике

ПЛАН

- Гимнастика для глаз.
- Презентация задания № 3.
- Мыслительные процессы при решении задач в концепции PISA.
- Работа в залах: обсуждение задания № 3.
- Общее обсуждение задания № 3.
- Работа в залах: задание № 4.

Для связи используется мессенджер Telegram:

<https://t.me/joinchat/R6a50g5R2WQCtp90>

Все учебные материалы доступны на сайте: <http://emmom.ru>

Гимнастика для глаз

(1) Легкое нажатие точки Цинмин.

Большими пальцами обеих рук 8 раз слегка надавливать точки Цинмин в сторону переносицы.

(2) Круговой массаж орбиты глаза.

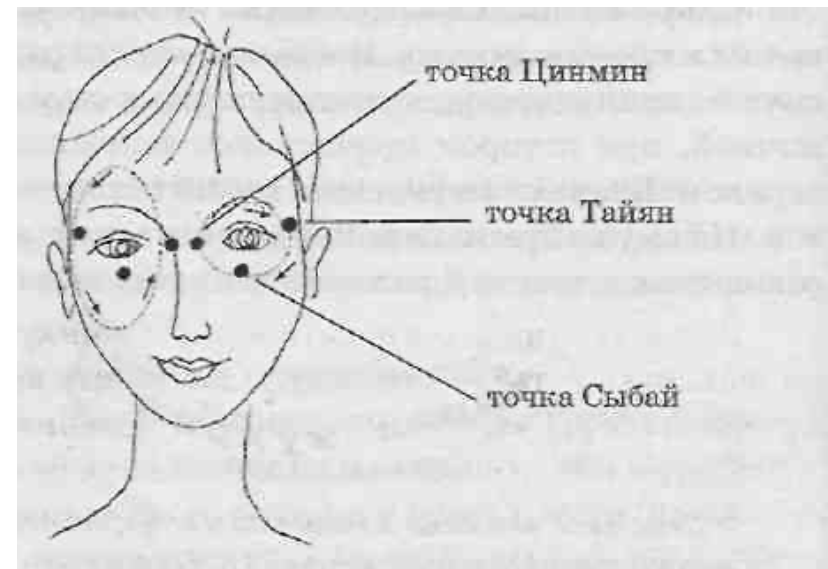
Четыре раза нажать на точку Тайян и обвести указательным пальцем вокруг глаза.

(3) Легкое надавливание точки Сыбай указательными пальцами обеих рук.

Точка Сыбай четыре раза массируется движениями, направленными внутрь лица, четыре раза – наружу.

(4) «Сухое умывание».

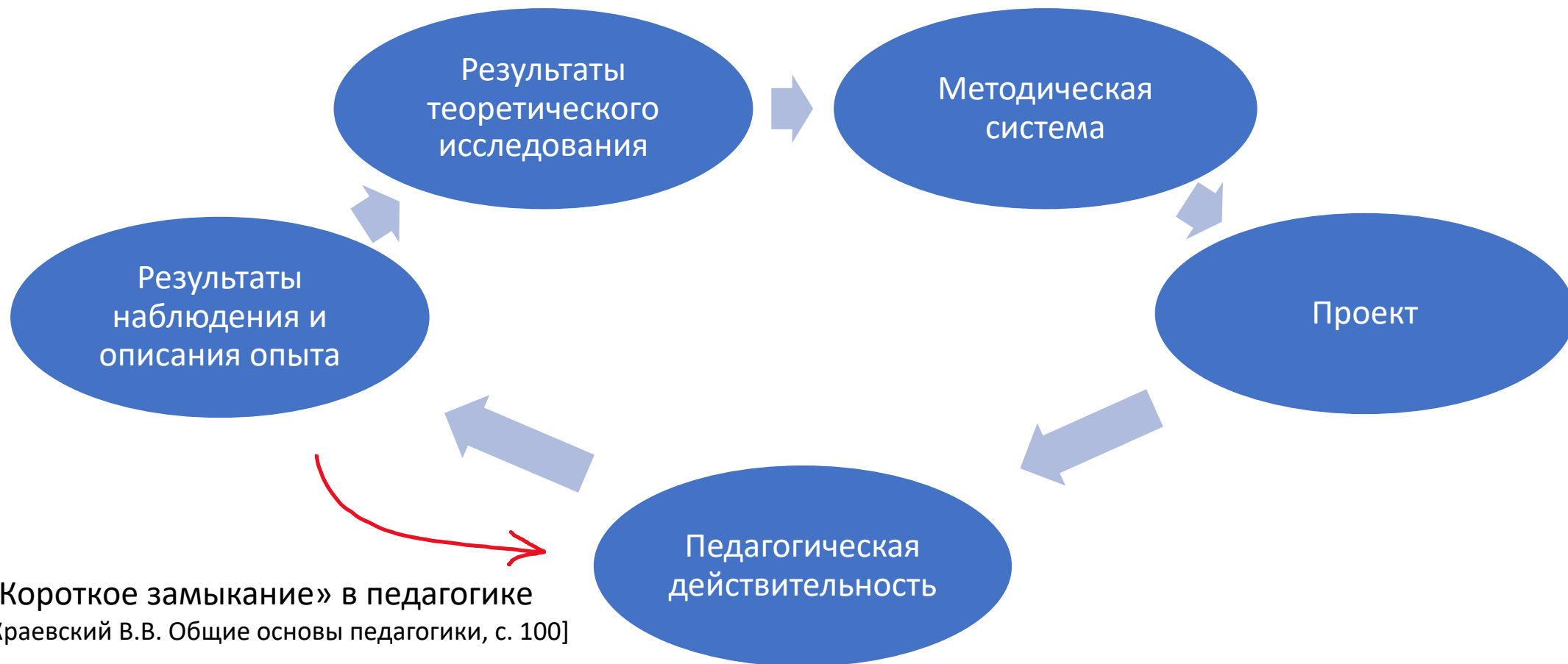
Считая до четырех, пальцами обеих рук проводят круговое движение от рта к носу, ко лбу и по точке Тайян сбоку.



Каждое упражнение повторяется четыре раза подряд.

Руки обязательно должны быть чистыми.

Учитель и педагогическая наука



Презентация задания № 3

| Зал 1 | Зал 2 | Зал 3 | Зал 4 |
|--|--|--|---|
| Анастасия Алексеенко Анастасия Ерофеева Екатерина Киселёва Анастасия Минакова | Алена Серебренникова Анна Рубанова Юлия Стройкова Екатерина Ткачёва | Дарья Иванова Виктория Хоботова Мария Смирнова | Ирина Муравьёва Кирилл Вылков Ксения Петраченкова Надежда Роганова |

Работа в залах: задание № 3

Дано:

(1) Станции «Соус», «Вкусняшки», «Напитки», «По рецепту», «Вспомнить всё», «Заготовки».

(2) Задания для ребят на станциях.

Требуется предложить станцию с другим (не использованным в данной группе) контекстом заданий:

(1) название станции,

(2) пять заданий для ребят,

(3) форма и общий метод работы.

Зал № 1

Станция «Одежда».

Контекст: профессиональная деятельность.

Метод обучения: объяснительно-иллюстративный

Форма работы: групповая.

Задача 1.

В ателье шьют кашемировые пальто различных оттенков. Для пошива 10 пальто понадобилось

| Материал | Количество |
|------------------|------------|
| Ткань | 67 метров |
| Пуговицы | 120 штук |
| Воротник меховой | 10 штук |

Сколько пуговиц понадобится, чтобы сшить 24 пальто для магазина?

Зал № 1

Задача 2.

Для пошива одних брюк требуются следующие материалы:

| Материал | Количество |
|----------|------------|
| Вельвет | 1,5 м |
| Вискоза | 1 м |
| Пуговица | 3 шт. |
| Молния | 1 шт. |

Сколько метров вельвета понадобится, чтобы сшить 25 брюк?

Зал № 1

Задача 3.

Для изготовления одной пары ботинок необходимы следующие материалы:

| Материал | Количество |
|----------|------------|
| Кожа | 0,7 м |
| Спилок | 0,3 м |
| Резина | 1 м |
| Стелька | 2 шт. |
| Шнурки | 2 м |

Сколько метров кожи понадобится для изготовления 100 ботинок?

Зал № 1

Задача 4.

Девушка решила попрактиковать свои навыки швейного дела и сшить самостоятельно блузку. Для этого ей понадобится

| Материал | Количество |
|----------|------------|
| Кожа | 0,7 м |
| Спиллок | 0,3 м |
| Резина | 1 м |

Сколько ткани ей понадобится, чтобы сшить такие блузки себе и еще двум своим подружкам?

Зал № 1

Задача 5.

На фабрику пошива платьев для бальных танцев поступил заказ на ярко-жёлтое короткое и пышное платье для зажигательного танца самба. После снятия необходимых мерок с модели, швее понадобятся:

| Материал | Количество |
|----------|------------------|
| Сатин | 2 м ² |
| Бархат | 1 м ² |
| Регилин | 3 м ² |
| Стразы | 250 г |

Сколько килограммов стразов понадобится для пошива двух таких платьев?

Зал № 2

СТАНЦИЯ «ДОСУГ»

Контекст заданий: общественная жизнь

Общий метод работы: репродуктивный

Форма работы: групповая

Задача No1.

Билет на новогодний спектакль для школьника стоит 600 рублей. При посещении театра группой школьников свыше 10 человек делается скидка 15%. Найдите стоимость билетов для группы школьников из 12 человек и одного учителя, если билет для учителя стоит 400 рублей.

Задача No2.

Билет в театр стоит 1800 рублей (места в партере) и 1400 рублей (места в амфитеатре), школьникам предоставляется скидка 30%. Сколько рублей составит стоимость билетов для группы из 6 школьников, если 2 из них приобретут билеты на места в партере, а остальные на места в амфитеатре?

Зал № 2

Задача No3.

Билет в цирк стоит 800 рублей. Дети от 3-х до 12-ти лет оплачивают 60% стоимости билета, а дети младше трех лет проходят бесплатно. Сколько за билеты заплатит семья, состоящая из двух взрослых и троих детей возрастом 2, 4 и 8 лет?

Задача No4.

В выходные дни билет в кино стоит 300 рублей, а в будние дни цена на 30% ниже. Семья из четырех человек покупает билеты на сеанс во вторник. Какова будет стоимость всех билетов?

Задача No5.

Билет в музей стоит 250 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 30% от полной стоимости билета. Сколько рублей нужно заплатить за билеты на группу, состоящую из 25 школьников и 2 учителей?

Зал № 3

Станция «Математика для всех»

Задача 1 (для химиков)

В 100 г раствора содержится 4 г соли. Сколько граммов соли содержится в 300 г раствора?

Задача 2 (для металлургов)

В сплаве цинка и серебра массой 250 г содержится 50 г серебра. Сколько серебра будет содержаться в сплаве массой 350 г?

Задача 3 (для офисных работников)

Толщина 300 листов бумаги для принтера составляет 3,3 см. Какую толщину будет иметь пачка из 500 листов такой же бумаги?

Зал № 3

Задача 4 (для нефтяников)

Масса 21 литра нефти составляет 16,8 кг. Какова масса 35 литров нефти?

Задача 5 (для экологов)

В 2001 году МП “Пермский водоканал” сбросил без очистки в водные объекты 64,83 млн м³ сточных вод, что составляет 67% от общего сброса сточных вод без очистки по Пермской области. Определите количество сточных вод, сброшенных без очистки в водные объекты Пермской области в 2001 году.

Зал № 4

Станция «Семейный ужин»

Контекст – личная жизнь

Форма работы – групповая

Метод работы – объяснительно-иллюстративный, репродуктивный

Задача 1.

2 кг яблок стоят 180 рублей, сколько денег потребуется для того, чтобы купить 1.5 кг яблок к столу?

Задача 2.

Купили на ужин торт весом 1кг 400 г. Съели $\frac{7}{10}$. Сколько граммов торта осталось?

Задача 3.

На одну порцию рисовой каши требуется 40 граммов риса и $\frac{1}{10}$ литра молока. Какое наибольшее количество порций каши может приготовить мама на семейный ужин, если в её распоряжении есть 900 граммов риса и 3 литра молока?

Зал № 4

Задача 4.

Используя данные таблицы, ответь, как с помощью ложек отмерить продукты для приготовления одной порции манной каши, если для нее надо 45 г крупы, 5 г масла и 5 г сахара.

| Название продукта | Масса в граммах | |
|-------------------|--------------------|------------------|
| | В 1 столовой ложке | В 1 чайной ложке |
| Сахар (песок) | 25 | 10 |
| Манная крупа | 30 | 15 |
| Масло сливочное | 20 | 5 |

Зал № 4

Задача 5.

При приготовлении ягодного джема используют ягоды и сахар в отношении 5:2. Сколько надо взять маме ягод, если она взяла 450 граммов сахара?

Образец решения:

Составим пропорцию:

$$5 - x.$$

$$2 - 450$$

Найдём x :

$$x = 5 \cdot 450 / 2 = 1125.$$

Ответ: На 450 г сахара надо взять 1125 г ягод.

Уровни усвоения содержания образования

Восприятие, осмысление
и запоминание

- Объяснительно-иллюстративный метод

Применение знаний по
образцу или в сходной
ситуации

- Репродуктивный метод

Творческое применение
знаний в новой
(не знакомой ребёнку)
ситуации

- Метод проблемного изложения
- Эвристический метод
- Исследовательский метод

Частные методы

Объяснительно-иллюстративный метод

- Живое слово учителя
- Чтение книги
- Просмотр ролика
- Демонстрация опыта

Репродуктивный метод

- Решение сходных задач
- Воспроизведение опытов

Метод проблемного изложения

- Гипотезы и их проверка
- Эксперименты
- Выбор следующего шага рассуждения

Эвристический метод

- Постановка вопросов / выводы из фактов
- Расчленение сложной задачи на доступные подзадачи
- Сократовский диалог

Исследовательский метод

- Наблюдение фактов и явлений
- Выяснение непонятного
- Выдвижение гипотез
- Построение плана исследования
- Осуществление плана
- Формулирование решения
- Проверка решения
- Выводы

Трудность и сложность учебной задачи

сложность — простота (complexity — simplicity)

трудность — лёгкость (hardship — ease)

сложно — сложено, собрано из частей (complex, complicated)

трудно — труд, усилие (laborious task)

Сложность — объективная характеристика задачи, зависящая от числа объектов задачи, от количества и характера связей между ними, конструкции текста и т.п.

Трудность — субъективная характеристика процесса нахождения хотя бы одного решения, зависящая от знаний, умений и опыта субъекта, от уровня его интеллектуальных умений, от жизненного опыта и т.п.

Концепция математической грамотности PISA-2021

<https://pisa.e-wd.org/>



Задача в контексте реального мира

Математическая грамотность

Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах.

Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления.

Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.

Структура тестовых заданий

- **Контексты:** личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, общественная жизнь и научная деятельность.
- **Математическое содержание:** пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределенность и данные.
- **Мыслительные процессы:** формулировать ситуацию математически; применять математические понятия, факты, процедуры размышления; интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.

Мыслительные процессы

Мыслительные процессы

Задания, в которых главным в познавательной деятельности является переход от реальной проблемы к её математическому аналогу, относят к категории «Формулировать».

Задания, в которых главное – применить соответствующие математические знания, относят к категории «Применять».

В случае, где главное – использовать имеющуюся математическую информацию для решения реальной проблемы, задание относят к категории «Интерпретировать».

Мыслительные процессы

РОСТ

В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см.

Вопрос 1: РОСТ

M421Q01 - 0 1 9

Объясните, как подсчитать средний рост девочек.

Комментарии

Вопрос 1. Для ответа на вопрос требуется применить алгоритм подсчета среднего значения набора данных.

На вопрос верно ответили 47% российских учащихся. Среди учащихся стран ОЭСР задание выполнили 63%.

Задание отнесено к области «Неопределенность и данные».

Контекст носит научный характер.

По характеру преобладающей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Применение».

Мыслительные процессы

РОСТ

В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см.

Вопрос 2: РОСТ

M421Q02

Обведите слово «Верное» или «Неверное» около каждого из следующих утверждений.

| Утверждение | Верное или Неверное |
|---|---------------------|
| Если в классе есть девочка ростом 132 см, то обязательно должна быть девочка ростом 128 см. | Верное / Неверное |
| У большинства девочек рост должен быть 130 см. | Верное / Неверное |
| Если выстроить девочек по росту, начиная с самой маленькой и кончая самой высокой, то прямо посередине должна стоять девочка ростом 130 см. | Верное / Неверное |
| Половина девочек в классе должна быть выше 130 см, а другая половина должна быть ниже 130 см. | Верное / Неверное |

Комментарии

Вопрос 2. Среднее значение роста может быть не равно ни одному из значений роста 25 девочек. Оно также не определяет значения и различия между значениями роста 25 девочек.

В 2003 г. верно выполнили задание 19% российских учащихся и 18% учащихся стран ОЭСР.

Задание отнесено к области «Неопределенность и данные».

Контекст носит научный характер.

Когнитивная область — «Интерпретировать» (требуется оценить истинность данных утверждений).

Мыслительные процессы

РОСТ

В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см.

Вопрос 3: РОСТ

M421Q03

Оказалось, что рост одной из девочек был указан неверно. Ее рост вместо 145 см должен быть 120 см. Найдите правильное значение среднего роста девочек в этом классе.

- A 126 см
- B 127 см
- C 128 см
- D 129 см
- E 144 см

Комментарии

Вопрос 3. Можно рассуждать так: надо найти общую сумму роста всех 25 девочек, используя средний рост, равный 130 ($130 \cdot 25$), затем вычесть из неё разность 145 и 120 ($140 - 120 = 25$) и полученное число разделить на 25.

Другой подход: рост одной девочки уменьшился на 25 ($140 - 120 = 25$). Значит, общая сумма роста 25 девочек уменьшилась на 25. Это можно интерпретировать так: в этом случае значение роста каждой из 25 девочек уменьшилось бы на 1 см. Отсюда следует, что средний рост стал бы меньше на 1 см, т.е. будет $130 - 1 = 129$ (см).

С заданием справились 35 % российских учащихся.

По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «Формулировать» (требуется создать модель решения на основе известного алгоритма подсчета среднего значения набора данных).

Содержание задания связано с областью «Неопределенность и данные».

Контекст носит общественный характер.

Работа в залах: обсуждение задания № 3

Даны станции:

- Соус
- Вкусняшки
- Напитки
- По рецепту
- Вспомнить всё
- Заготовки
- Одежда
- Досуг
- Математика для всех
- Семейный ужин

Требуется:

найти по одному примеру заданий на разные мыслительные процессы:

- «формулировать»
- «применять»
- «интерпретировать»

Общее обсуждение задания № 3

| Станция | Номер задачи | Контекст | Мыслительные процессы |
|---------------------|--------------|----------|-----------------------|
| Соус | | | |
| Вкусняшки | 1 | | Ф |
| Напитки | | | |
| По рецепту | | | |
| Вспомнить всё | 7 | | И |
| Заготовки | 2 1 | | П П |
| Одежда | 1 | | Ф |
| Досуг | 2 5 | | П / И П |
| Математика для всех | | | |
| Семейный ужин | 2 5 | | П И |

Работа в залах: задание № 4

Дано:

Комплексное задание «РОСТ».

Ведущие мыслительные процессы: вопрос 1 – «применять», вопрос 2 – «интерпретировать», вопрос 1 – «формулировать».

Требуется:

(1) предложить три параллельные станции (название, задача / задачи) или одно комплексное задание,

(2) для каждой задачи указать контекст и ведущий мыслительный процесс.

Ссылка:

https://docs.google.com/forms/d/1hr5FZJsH2VPqBNjqgwelaXspUh1WEB5krxqJTeWb_Eg/edit?usp=sharing

Вопрос 1: РОСТ

Объясните, как подсчитать средний рост девочек.

Вопрос 2: РОСТ

M421Q02

Обведите слово «Верное» или «Неверное» около каждого из следующих утверждений.

| Утверждение | Верное или Неверное |
|---|---------------------|
| Если в классе есть девочка ростом 132 см, то обязательно должна быть девочка ростом 128 см. | Верное / Неверное |
| У большинства девочек рост должен быть 130 см. | Верное / Неверное |
| Если выстроить девочек по росту, начиная с самой маленькой и кончая самой высокой, то прямо посередине должна стоять девочка ростом 130 см. | Верное / Неверное |
| Половина девочек в классе должна быть выше 130 см, а другая половина должна быть ниже 130 см. | Верное / Неверное |

M421Q03

Вопрос 3: РОСТ

Оказалось, что рост одной из девочек был указан неверно. Ее рост вместо 145 см должен быть 120 см. Найдите правильное значение среднего роста девочек в этом классе.

- A 126 см
- B 127 см
- C 128 см
- D 129 см
- E 144 см

РОСТ

В классе 25 девочек. Их средний рост равен 130 см.

Работа в залах

| Зал 1 | Зал 2 | Зал 3 | Зал 4 |
|--|--|--|---|
| Анастасия Алексеенко Анастасия Ерофеева Екатерина Киселёва Анастасия Минакова | Алена Серебренникова Анна Рубанова Юлия Стройкова Екатерина Ткачёва | Дарья Иванова Виктория Хоботова Мария Смирнова | Ирина Муравьёва Кирилл Вылков Ксения Петраченкова Надежда Роганова |

КОНЕЦ СЕМИНАРА