Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский педагогический государственный университет»
(МПГУ)
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Многочлены с одной переменной

Е.А. Седова, к.п.н.,
проф. кафедры элементарной математики

Многочлены с одной переменной

ПЛАН

- Гимнастика для глаз.
- План контрольной работы.
- Делимость многочленов.
- Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
- Формулы Виета.
- Теорема Виета для многочленов степени 3.

Все учебные материалы доступны:

на канале telegram: https://t.me/joinchat/RRkFmRBlv1tM_urv

на сайте: http://emmom.ru

Гимнастика для глаз

(1) Легкое нажатие точки Цинмин.

Большими пальцами обеих рук 8 раз слегка надавливать точки Цинмин в сторону переносицы.

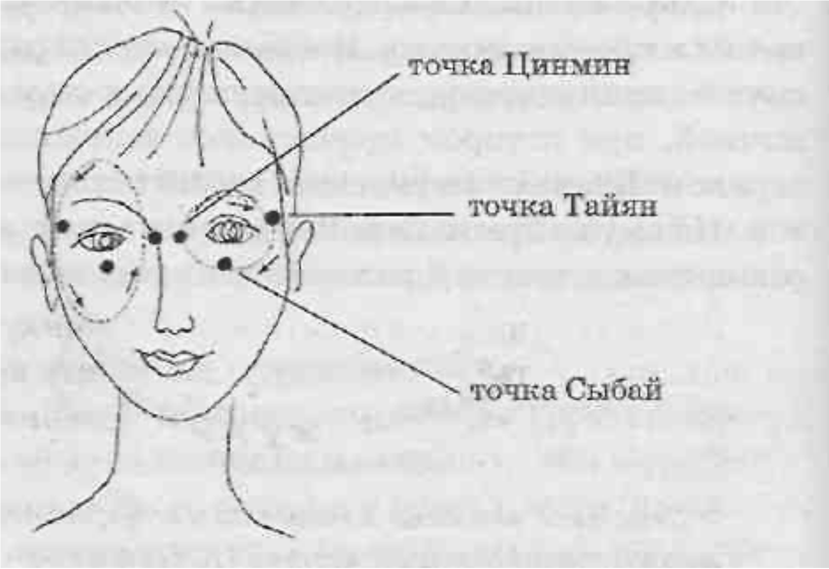
(2) Круговой массаж орбиты глаза.
Четыре раза нажать на точку Тайян и обвести указательным пальцем вокруг глаза.

(3) Легкое надавливание точки Сыбай указательными пальцами обеих рук.

Точка Сыбай четыре раза массируется движениями, направленными внутрь лица, четыре раза – наружу.

(4) «Сухое умывание».

Считая до четырех, пальцами обеих рук проводят круговое движение от рта к носу, ко лбу и по точке Тайян сбоку.



Каждое упражнение повторяется четыре раза подряд.

Руки обязательно должны быть чистыми.

План контрольной работы

- Модуль и аргумент комплексного числа.
- Тригонометрическая форма комплексного числа.
- Формула Муавра.
- Корни натуральной степени из комплексного числа.
- Стандартный вид и степень многочлена.
- Вычисление значения многочлена в заданной точке.
- Формула Тейлора для многочленов.
- Кратные корни.
- Делимость многочленов.
- Теорема Безу и следствия из неё.
- Теорема Виета.
- Метод неопределённых коэффициентов.

Делимость многочленов

- Задача 1. (Болтянский, гл.6, 6.3)

Делится ли многочлен $x^{100} - 3x + 2$ на $x^2 - 1$?

Делимость многочленов

Ответ: нет.

Указание.

Доказать, что если f делится на g, то корни g являются корнями f, причём их кратность в g не больше кратности в f.

Делимость многочленов

Решение. I способ.

Если $x^{100} - 3x + 2$ делится на $x^2 - 1$, то существует многочлен $q(x)$, такой, что

$$x^{100} - 3x + 2 = (x^2 - 1)q(x).$$

Рассмотрим многочлены

$$f(x) = x^{100} - 3x + 2 \text{ и } g(x) = (x^2 - 1)q(x).$$

Так как $g(-1) = 0$, а $f(-1) \neq 0$, то по теореме 4 (см. конспект лекции) $f(x) \neq g(x)$.

Следовательно, ни при каком $q(x)$ требуемое равенство не имеет места, и $x^{100} - 3x + 2$ не делится на $x^2 - 1$.

Делимость многочленов

II способ.

Если f делится на g, то корни g являются корнями f:

$$\text{если } f = pq \text{ и } p(c) = 0,$$

$$\text{то } f(c) = p(c)q(c) = 0,$$

то есть корни p являются корнями f.

но число -1 является корнем многочлена $x^2 - 1$ и не является корнем $x^{100} - 3x + 2$; поэтому по многочлен $x^{100} - 3x + 2$ не делится на $x^2 - 1$.

Делимость многочленов

- Задача 2. Найдите остаток от деления многочлена $x^{100} - 3x + 2$ на $x^2 - 1$.

Делимость многочленов

Ответ: $-3x + 3$.

Делимость многочленов

Решение.

Разделим многочлен $x^{100} - 3x + 2$ на многочлен $x^2 - 1$:

$$x^{100} - 3x + 2 = (x^2 - 1)q + r,$$

где r – многочлен не выше первой степени, то есть

$$x^{100} - 3x + 2 = (x^2 - 1)q + ax + b.$$

При $x = 1$ получаем $0 = a + b$,

при $x = -1$ получаем $6 = -a + b$,

откуда $a = -3$, $b = 3$;

следовательно, искомый остаток равен $-3x + 3$.

Делимость многочленов

- Задача 3. (Болтянский, гл.6, 6.4)

Некоторый многочлен при делении на $x-1$ даёт остаток 3, а при делении на $x-2$ даёт остаток 4. Чему равен остаток от деления этого многочлена на $(x-1)(x-2)$?

Делимость многочленов

Ответ: $x + 2$.

Делимость многочленов

- Задача 4. (Болтянский, гл.6, 6.5)

Некоторый многочлен при делении на $x+1$, $x-2$ и $x-3$ даёт в остатке соответственно 3, 1 и -1. Чему равен остаток от деления этого многочлена на многочлен $(x+1)(x-2)(x-3)$?

Делимость многочленов

Ответ: $-\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 3.$

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное

- Задача 5. Найти НОД и НОК многочленов

$$f = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6 \text{ и } g = x^2 - (a+1)x + a.$$

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное

Решение. Разложим многочлены на линейные множители. Целыми корнями многочлена f могут быть только числа $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

	1	-3	-3	11	-6
1	1	-2	-5	6	0
1	1	-1	-6	0	

$$f = (x-1)^2(x^2-x-6) = (x-1)^2(x+2)(x-3).$$

По теореме, обратной теореме Виета, корнями g являются числа 1 и a:

$$g = (x-1)(x-a).$$

Если a равно одному из чисел 1, 3 или –2, то f делится на g, тогда

$$\text{НОД}\,(f, g) = g, \text{ а НОК}\,(f, g) = f.$$

В противном случае

$$\text{НОД}\,(f, g) = x - 1, \text{ НОК}\,(f, g) = (x-1)^2(x+2)(x-3)(x-a).$$

Теорема Виета

Теорема Виета. *Сумма корней* α_1 *и* α_2 *квадратного трёхчлена* x^2+px+q равна $-p$*, произведение корней равно* q:

$$\alpha_1+\alpha_2=-p;\ \alpha_1\alpha_2=q.$$

Доказательство. По **теореме о разложении многочлена на линейные множители** квадратный трёхчлен x^2+px+q, имеющий корни α_1*и* α_2, раскладывается на множители:

$$x^2+px+q=(x-\alpha_1)(x-\alpha_2).$$

Тогда

$$(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)=x^2+(\alpha_1+\alpha_2)x+\alpha_1\alpha_2,$$

а так как равные многочлены имеют один и тот же стандартный вид, то, действительно,

$$\alpha_1+\alpha_2=-p;\ \alpha_1\alpha_2=q.$$

Обратная теорема *также верна: если числа* α_1 *и* α_2 *удовлетворяют соотношениям*

$$\alpha_1+\alpha_2=-p;\ \alpha_1\alpha_2=q,$$

то они являются корнями квадратного трёхчлена x^2+px+q.

Теорема Виета

- Пример. Числа 355 и 489 не являются корнями многочлена

$$x^2 - 845x + 174084,$$

так как $355 \cdot 489 \neq 174084$.

- Пример. Числа 356 и 489 являются корнями многочлена

$$x^2 - 845x + 174084,$$

так как $356 + 489 = 845$ и $356 \cdot 489 = 174085$.

Формулы Виета

Задача 6. (Болтянский, гл.6, пример 6) Пусть x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2 + ax + b = 0$ с целыми коэффициентами; f – произвольный многочлен с целыми коэффициентами. Докажите, что $f(x_1) + f(x_2)$ – целое число.

Формулы Виета

Решение.

Разделим f на $x^2 + ax + b$:

$$f = (x^2 + ax + b)q + r,$$

где r – многочлен не выше первой степени или $r = 0$.

Тогда

$$r = cx + d; f(x_1) = 0 \cdot q(x_1) + r(x_1) = cx_1 + d.$$

Аналогично, $f(x_2) = cx_2 + d$.

Так как q и r – многочлены с целыми коэффициентами (см. конспект предыдущего занятия), то c и d – некоторые целые числа.

По формулам Виета $x_1 + x_1 = -a$ – также целое число, так что

$$f(x_1) + f(x_2) = c(x_1 + x_2) + 2d = -ac + 2d.$$

Так как $-a$, c и d – целые числа, то $f(x_1) + f(x_2)$ – целое число.

Формулы Виета

Задача 7. (Болтянский, гл.6, 6.2) Пусть f – многочлен с целыми коэффициентами. Докажите, что при любых целых a и b число $f\left(a+\sqrt{b}\right)+f\left(a-\sqrt{b}\right)$ – целое.

Формулы Виета

Решение.

I способ.

Числа $a+\sqrt{b}$ и $a-\sqrt{b}$ – корни квадратного многочлена

$$x^2 - 2ax + (a^2 - b)$$

с целыми коэффициентами. Следовательно, можно применить результат предыдущей задачи.

Формулы Виета

Р е ш е н и е .

II способ.

Докажем, что для любого натурального числа n и любых целых a и b число

$$\left(a+\sqrt{b}\right)^n+\left(a-\sqrt{b}\right)^n$$

является целым.

По биному Ньютона:

$$\left(a\pm\sqrt{b}\right)^n=C_n^0a^n\left(\sqrt{b}\right)^0\pm C_n^1a^{n-1}\left(\sqrt{b}\right)^1+\cdots+(\pm1)^kC_n^ka^{n-k}\left(\sqrt{b}\right)^k+\cdots+(\pm1)^nC_n^na^0\left(\sqrt{b}\right)^n,$$

так что $\left(a+\sqrt{b}\right)^n+\left(a-\sqrt{b}\right)^n$ – целое.

Следовательно, число $f\left(a+\sqrt{b}\right)+f\left(a-\sqrt{b}\right)$ равно

$$a_0\left(\left(a+\sqrt{b}\right)^n+\left(a-\sqrt{b}\right)^n\right)+\cdots+a_{n-1}\left(\left(a+\sqrt{b}\right)+\left(a-\sqrt{b}\right)\right)+a_n\text{ – целое.}$$

Формулы Виета

III способ. Можно применить метод математической индукции. Докажем утверждение:

«Числа

$$\left(a+\sqrt{b}\right)^n+\left(a-\sqrt{b}\right)^n \text{ и } \sqrt{b}\left[\left(a+\sqrt{b}\right)^n-\left(a-\sqrt{b}\right)^n\right],$$

где a и b – целые, являются целыми при любом натуральном n».

1. При $n=1$ получаем: $\left(a+\sqrt{b}\right)+\left(a-\sqrt{b}\right)=2a$ – целое; $\sqrt{b}\left[\left(a+\sqrt{b}\right)-\left(a-\sqrt{b}\right)\right]=2b$ – целое.

2. Пусть $\left(a+\sqrt{b}\right)^n+\left(a-\sqrt{b}\right)^n$ и $\sqrt{b}\left[\left(a+\sqrt{b}\right)^n-\left(a-\sqrt{b}\right)^n\right]$ – целые.

Обозначим $\left(a+\sqrt{b}\right)^n=\alpha$, $\left(a+\sqrt{b}\right)^n=\beta$. Тогда числа

$$\left(a+\sqrt{b}\right)^{n+1}+\left(a-\sqrt{b}\right)^{n+1}=\left(a+\sqrt{b}\right)\alpha+\left(a-\sqrt{b}\right)\beta=a(\alpha+\beta)+\sqrt{b}(\alpha-\beta)$$

и

$$\sqrt{b}\left[\left(a+\sqrt{b}\right)^{n+1}-\left(a-\sqrt{b}\right)^{n+1}\right]=\sqrt{b}\left[\left(a+\sqrt{b}\right)\alpha-\left(a-\sqrt{b}\right)\beta\right]=\sqrt{b}\left[a(\alpha-\beta)+\sqrt{b}(\alpha+\beta)\right] =$$

$$=b(\alpha+\beta)+a\sqrt{b}(\alpha-\beta)$$

являются целыми по предположению индукции и свойствам арифметических действий.

3. Из 1 и 2 вытекает справедливость данного утверждения.

Теорема Виета для многочленов степени 3

Рассмотрим многочлен третьей со старшим коэффициентом 1:

$$f = x^3 + bx^2 + cx + d,$$

и пусть α_1, α_2 *и* α_3 – его корни. Тогда, как и в случае с квадратным трёхчленом,

$$f = x^3 + bx^2 + cx + d = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3);$$

раскрывая скобки, получим

$$f = x^3 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)x^2 + (\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3)x - \alpha_1\alpha_2\alpha_3,$$

откуда

$$-b = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \qquad c = \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3, \qquad -d = \alpha_1\alpha_2\alpha_3.$$

Таким образом, мы получили **теорему Виета для многочленов третьей степени**.

Теорема. *Если многочлен третьей степени имеет три корня, то*

✓*их сумма равна коэффициенту при x^2, взятому с противоположным знаком;*

✓*сумма произведений корней по два равна коэффициенту при x;*

✓*произведение корней равно свободному члену с противоположным знаком.*

Теорема Виета для многочленов степени 3

Обратная теорема также верна:

если выполняются равенства

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = b, \quad \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 = c, \quad \alpha_1\alpha_2\alpha_3 = d,$$

то

$$f = x^3 + bx^2 + cx + d =$$
$$= x^3 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)x^2 + (\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3)x - \alpha_1\alpha_2\alpha_3 =$$
$$= (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3),$$

следовательно, α_1, α_2 $и$ α_3 – корни многочлена f.

Теорема Виета для многочленов степени 3

Задача 8. (Болтянский, гл.6, 6.14) Многочлен

$$2x^3 + mx^2 + nx + 12$$

имеет корни 1 и -2. Найдите его третий корень.

Теорема Виета для многочленов степени 3

Решение. Чтобы применить теорему Виета, перепишем многочлен в виде

$$2x^3 + mx^2 + nx + 12 = 2 \cdot \left(x^3 + \frac{m}{2} x^2 + \frac{n}{2} x + 6 \right);$$

теперь свободный член многочлена в скобках равен произведению его корней с противоположным знаком:

$$1 \cdot (-2) \cdot x_3 = 6,\ x_3 = 3.$$

Ответ: 3.

Теорема Виета для многочленов степени 3

- Задача 9. Найдите сумму всех таких чисел z, для которых
$$z^3 = 1 + \sqrt{3}i.$$

Теорема Виета для многочленов степени 3

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Р е ш е н и е . I способ:

$$1-\sqrt{3}i = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right).$$

Корни третьей степени из этого числа равны

$$\omega_i = \sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{\frac{\pi}{3}+2k\pi}{3} + i\sin\frac{\frac{\pi}{3}+2k\pi}{3}\right), k = 0, 1, 2.$$

Действительная и мнимая части суммы корней равны

$$\cos\frac{\pi}{9} + \cos\frac{7\pi}{9} + \cos\frac{13\pi}{9} = 0, \sin\frac{\pi}{9} + \sin\frac{7\pi}{9} + \sin\frac{13\pi}{9} = 0.$$

Следовательно, сумма корней равна нулю.

II способ: по теореме Виета сумма корней многочлена

$$z^3 - \left(1-\sqrt{3}i\right)$$

равна коэффициенту при z^2 с противоположным знаком, то есть нулю.

Теорема Виета для многочленов степени 3

- Задача 10. Найдите сумму всех таких комплексных чисел z, для которых
$$z^3 = 1 + \sqrt{3}i.$$

Теорема Виета для многочленов степени 3

III.60. Найдите свободный член многочлена третьей степени, корнями которого были бы числа -2, $1-\sqrt{3}$, $1+\sqrt{3}$, если его старший коэффициент равен 1.

III.61. Пусть x_1, x_2, x_3 — вещественные корни многочлена

$$2x^3 + x^2 + 7x - 12 = 0$$

(доказывать существование корней не требуется). Найдите:

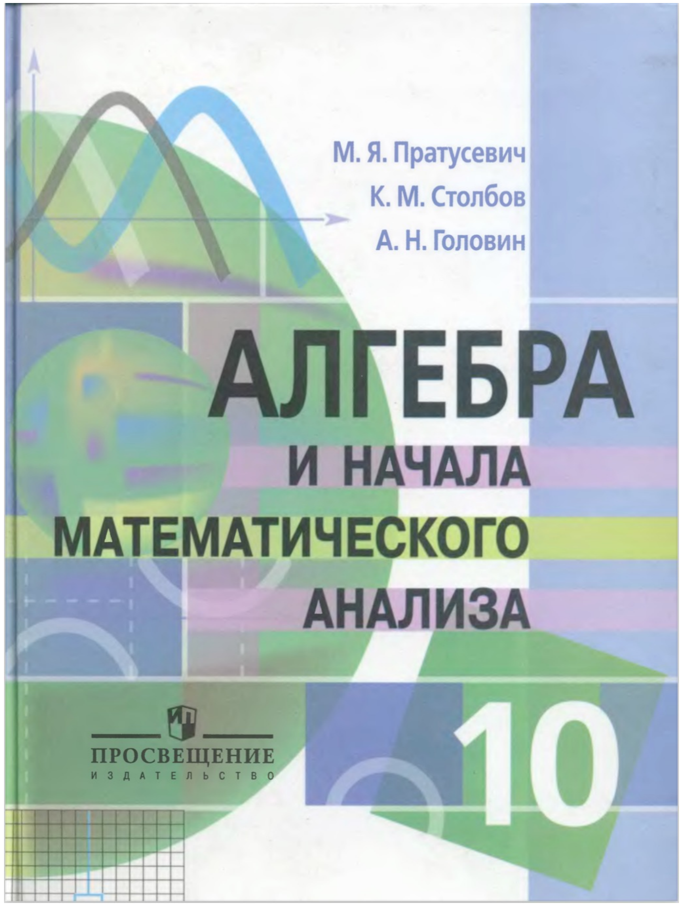
а) $x_1x_2x_3^2 + x_1x_2^2x_3 + x_1^2x_2x_3$;

б) $x_1^3x_2 + x_1^3x_3 + x_1x_2^3 + x_2^3x_3 + x_1x_3^3 + x_2x_3^3$;

в) $\dfrac{1}{x_1x_2^2} + \dfrac{1}{x_2^2x_3} + \dfrac{1}{x_1x_3^2} + \dfrac{1}{x_2x_3^2} + \dfrac{1}{x_1^2x_2} + \dfrac{1}{x_1^2x_3}$;

г) $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4$.

III.62. Числа -1 и 2 являются корнями многочлена $x^3 + ax^2 + bx - 12$. Найдите a и b.



Теорема Виета для многочленов степени 3

Ответы:

III.60. -4.

III.61. а) -3. б) -165/8. в) -79/144. г) 145/16.

III.62. $a = 5$, $b = -8$.

Делимость многочленов

- Задача 11. Найдите остаток от деления многочлена $x^{2021} + x + 1$ на

а) $x + 1$;

б) $x^2 - 1$;

в) $x^2 + x + 1$;

г) $x^2 - x + 1$.

Делимость многочленов

Ответы

1. а) -1; б) $2x + 1$; в) 0; г) $2x + 2$.

Делимость многочленов

Решение.

а) По теореме Безу остаток от деления многочлена

$$f(x) = x^{2021} + x + 1$$

на $x + 1$ равен $f(-1) = -1$;

б) Разделим $f(x)$ на $x^2 - 1$ с остатком:

$$f(x) = x^{2021} + x + 1 = (x^2 - 1)q + r,$$

где $r = ax + b$; по теореме Безу

$$f(1) = 3 = a + b \text{ и } f(-1) = -1 = -a + b,$$

то есть $\quad a = 2$ и $b = 1$.

Делимость многочленов

Решение.

в) $x^2 + x + 1 \equiv x^3 - 1(\mathrm{mod}(x^2 + x + 1))$; следовательно, $x^3 \equiv 1$, и тогда

$$x^{2021} + x + 1 \equiv x^{673\cdot 3} \cdot x^2 + x + 1 \equiv x^2 + x + 1,$$

так что остаток от деления многочлена $f(x)$ на $x^2 + x + 1$ равен 0;

г) $x^2 - x + 1 \equiv x^3 + 1(\mathrm{mod}(x^2 - x + 1))$; следовательно, $x^3 \equiv -1$, и тогда

$$x^{2021} + x + 1 \equiv x^{673\cdot 3} \cdot x^2 + x + 1 \equiv -x^2 + x + 1 = 2x + 2,$$

так что остаток от деления многочлена $f(x)$ на $x^2 - x + 1$ равен $2x + 2$.

Делимость многочленов

- Задача 12. При каких целых n числа

а) $n^4 - n^3 - 3n^2 + 4$;

б) $2n^4 - 3n^3 - 5n + 2$;

в) $n^4 - 6n^3 + 5n^2 + 8n - 4$

составные?

Делимость многочленов

Ответы

2. а) $n \neq -1, n \neq 2$;

б) $n \neq 2, n \neq 3, n \neq 1, n \neq -1$;

в) $n \neq 0, n \neq 2$.

Делимость многочленов

Решение.

а) Рассмотрим $f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 4$;

так как $f(2) = 16 - 8 - 12 + 4 = 0$, то $f(x)$ делится на $(x - 2)$:

$$f(x) = (x - 2)(x^3 + x^2 - x - 2);$$

следовательно, $n^4 - n^3 - 3n^2 + 4 = (n - 2)(n^3 + n^2 - n - 2)$;

ищем «особые значения n»:

$$n - 2 = 0;\ n = 2;$$

$f(2) = 0$ – не является ни простым, ни составным числом;

$$n - 2 = \pm 1;\ n = 1 \text{ и } n = 3;$$

$f(1) = 1$ – не является ни простым, ни составным числом;

$f(3) = 31$ – является простым числом;

$$n^3 + n^2 - n - 2 = 0; \text{ целых корней нет;}$$

$$n^3 + n^2 - n - 2 = 1;\ n = -1;$$

$f(-1) = 3$ – является простым числом;

$$n^3 + n^2 - n - 2 = -1; \text{ целых корней нет.}$$

В остальных случаях ни один из множителей не равен 0 или ± 1, то есть число $n^4 - n^3 - 3n^2 + 4$ – составное.

Делимость многочленов

б) Рассмотрим $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 5x + 2$;

так как $f(2) = 32 - 24 - 10 + 2 = 0$, то $f(x)$ делится на $(x - 2)$:

$$f(x) = (x-2)(2x^3 + x^2 + 2x - 1);$$

следовательно, $2n^4 - 3n^3 - 5n + 2 = (n-2)(2n^3 + n^2 + 2n - 1)$;

ищем «особые значения n»:

$$n - 2 = 0; n = 2;$$

$f(2) = 0$ – не является ни простым, ни составным числом;

$$n - 2 = \pm 1; n = 1 \text{ и } n = 3;$$

$f(1) = -4$ – является составным числом; $f(3) = 68$ – является составным числом;

$$2n^3 + n^2 + 2n - 1 = 0; \text{ целых корней нет;}$$

$$2n^3 + n^2 + 2n - 1 = 1; \text{ целых корней нет;}$$

$$2n^3 + n^2 + 2n - 1 = -1; n = 0.$$

$f(0) = 2$ – не является составным числом.

Делимость многочленов

в) Рассмотрим $f(x) = n^4 - 6n^3 + 5n^2 + 8n - 4$;

так как $f(-1) = 1 + 6 + 5 - 8 - 4 = 0$ и $f(2) = 16 - 48 + 20 - 4 = 0$, то $f(x)$ делится на $(x+1)$ и на $(x-2)$:

$$f(x) = (x+1)(x-2)(x^2 - 5x + 2);$$

следовательно, $n^4 - 6n^3 + 5n^2 + 8n - 4 = (n-2)(n+1)(n^2 - 5n + 2)$;

ищем «особые значения n»:

$$n - 2 = 0; n = 2;$$

$f(2) = 0$ – не является ни простым, ни составным числом;

$$n - 2 = \pm 1; n = 1 \text{ и } n = 3;$$

$f(1) = 4$ – является составным числом; $f(3) = -16$ – является составным числом;

$$n + 1 = 0; n = -1;$$

$f(-1) = 0$ – не является ни простым, ни составным числом;

$$n - 1 = \pm 1; n = 0 \text{ и } n = 2;$$

$f(0) = -4$ – является составным числом; $f(2)$ рассмотрен выше;

уравнения $n^2 - 5n + 2 = 0$, $n^2 - 5n + 2 = 1$ и $n^2 - 5n + 2 = -1$ целых корней не имеют.

Для самостоятельного решения

Ссылка:
https://docs.google.com/forms/d/1TRc-zJ37pQRpL4hum32oLQ-oPRvr5bC0aw7Y1oP6Dro/edit?usp=sharing

Задание 1. Выберите остаток от деления многочлена $p = x^{2021} + 2021x + 1$ на $g = x^2 - 1$.

(1) $x + 2021.$
(2) $x - 2021.$
(3) $2020x - 1.$
(4) $2022x + 1.$

Для самостоятельного решения

Задание 2. Числа 1 и 3 являются корнями многочлена

$$p = 2x^3 + mx^2 + nx + 12.$$

Чему равно число m?

Для самостоятельного решения

- Задание 3. Найдите сумму комплексных корней многочлена

$$p(z) = z^3 - \sqrt{3} + i.$$

Для самостоятельного решения

Задание 4. При каких целых n являются составными числа вида $n^4 + n^2 + 1$?

(1) $n \in \mathbb{Z}$.

(2) $n \in \mathbb{Z} \setminus \{ 1\}$.

(3) $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0, 1, -1\}$.

Для самостоятельного решения

Задание 5. Найдите НОД и НОК многочленов

$$f = x^4 - 5x^3 - x^2 + 17x + 12 \text{ и } g = x^2 + (b-3)x - 3b.$$

Литература

- Болтянский, В.Г. Лекции и задачи по элементарной математике: учебное пособие для подготовительных отделений вузов / В.Г. Болтянский, Ю.В. Сидоров, М.И. Шабунин. М: Наука, 1974. 575 с. http://bookre.org/reader?file=567068
- Практикум по решению математических задач: Учеб. пособие для пед. ин-тов. / Е. Е. Вересова, Н. С. Денисова, Т. Н. Полякова. Просвещение, 1979. 240 с. http://bookre.org/reader?file=1500697
- Дорофеев Г.В., Пчелинцев С.В. Многочлены с одной переменной. Учебное пособие. СПб.: «Специальная литература», 1997. 208 с.
- Популярные лекции по математике. https://math.ru/lib/ser/plm

КОНЕЦ СЕМИНАРА