

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Московский педагогический государственный университет»  
(МПГУ)

---

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Контрольная работа по теме  
«Комплексные числа. Многочлены  
с одной переменной»

*Е.А. Седова, к.п.н.,  
проф. кафедры элементарной математики*

# Задание 1

Дано:  $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ ,  $z_2 = 1 - i$ .

Выберите все верные равенства.

(1)  $|z_1| = 2$ .

(2)  $|z_1| = \sqrt{2}$ .

(3)  $|z_1| = 1 + \sqrt{3}$ .

(4)  $|z_2| = \sqrt{2}$ .

(5)  $|z_2| = 2$ .

(6)  $|z_2| = \sqrt{3}$ .

## Задание 2

Дано:  $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ ,  $z_2 = 1 - i$ .

Выберите все верные утверждения.

- (1) Аргумент  $z_1$  равен  $\frac{4\pi}{3}$ .
- (2) Аргумент  $z_1$  равен  $\frac{2\pi}{3}$ .
- (3) Аргумент  $z_1$  равен  $-\frac{\pi}{3}$ .
- (4) Аргумент  $z_2$  равен  $\frac{5\pi}{4}$ .
- (5) Аргумент  $z_2$  равен  $-\frac{\pi}{4}$ .
- (6) Аргумент  $z_2$  равен  $\frac{3\pi}{4}$ .

# Задание 3

На рисунке точка  $M$  изображает комплексное число  $z$ .

Выберите все верные равенства.

(1)  $|z| = 2$ .

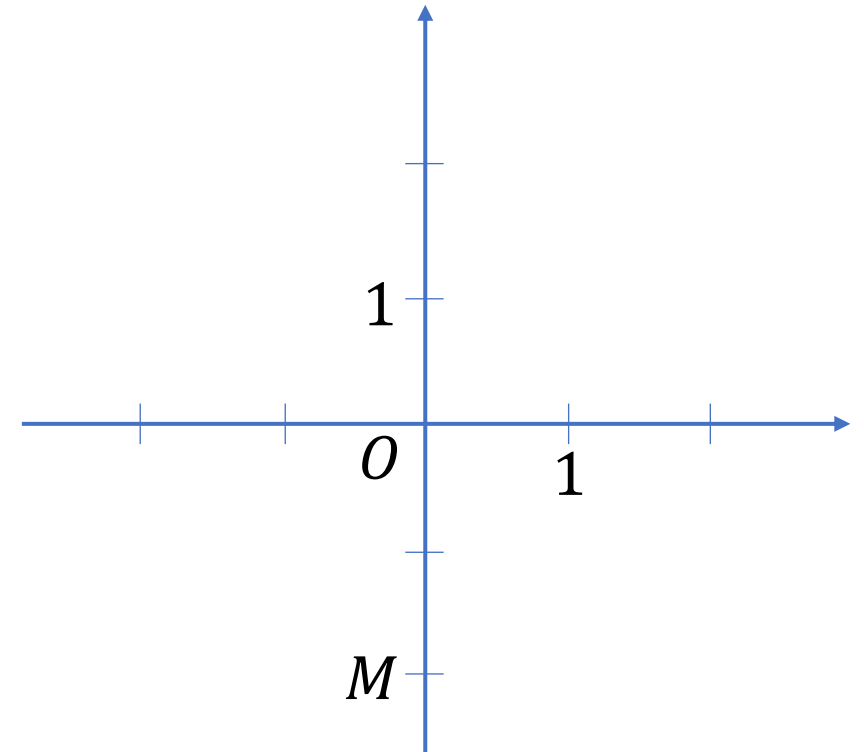
(2)  $|z| = -2$ .

(3)  $|z| = 1$ .

(4)  $\arg z = -\frac{\pi}{2}$ .

(5)  $\arg z = \frac{\pi}{2}$ .

(6)  $\arg z = \frac{3\pi}{2}$ .



# Задание 4

На рисунке точка  $M$  изображает комплексное число  $z$ .

Выберите все верные утверждения.

(1)  $|z| = 1$ .

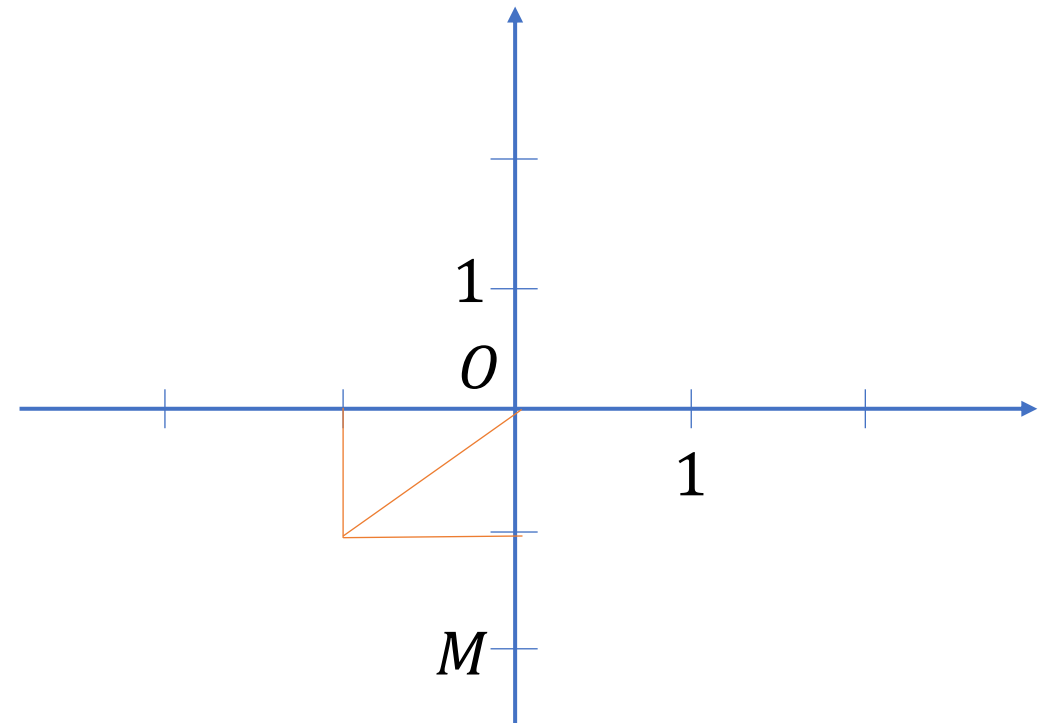
(2)  $|z| = 2$ .

(3)  $|z| = \sqrt{2}$ .

(4)  $\arg z = \frac{3\pi}{4}$ .

(5)  $\arg z = \frac{5\pi}{4}$ .

(6)  $\arg z = -\frac{\pi}{2}$ .



## Задание 5

Дано:  $z = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Выберите тригонометрическую форму числа  $z$ .

(1)  $z = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ .

(2)  $z = \cos\frac{2\pi}{3} + i \sin\frac{2\pi}{3}$ .

(3)  $z = \cos\frac{4\pi}{3} + i \sin\frac{4\pi}{3}$ .

# Задание 6

Дано:  $z = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ .

Выберите алгебраическую форму числа  $z^3$ .

(1) 0.

(2) 1.

(3)  $i$ .

(4)  $-1$ .

(5)  $-i$ .

(6)  $\frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{1}{8}i$ .

(7)  $\frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{1}{8}i$ .

## Задание 7

Пусть  $z$  – комплексное число с модулем  $\rho = 2$  и аргументом  $\varphi = 60^\circ$ . Переведите  $z$  в алгебраическую форму. В ответе запишите действительную часть числа  $z$ .



## Задание 8

Комплексные числа  $z_1, z_2, z_3, z_4$  являются первыми четырьмя членами геометрической прогрессии. Найдите  $z_5$ . В ответе запишите  $z_5$  в алгебраической форме.

$$z_1 = \cos 0 + i \sin 0,$$

$$z_2 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right),$$

$$z_3 = 2(\cos \pi + i \sin \pi),$$

$$z_4 = 2\sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right).$$

## Задание 9

Дано:  $z = \sqrt{3} - i$ .

Выберите верное равенство.

$$(1) z^{2021} = 2^{2021} \left( \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) \right).$$

$$(2) z^{2021} = 2^{2021} \left( \cos \left( -\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left( -\frac{5\pi}{6} \right) \right).$$

$$(3) z^{2021} = 2^{2021} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

$$(4) z^{2021} = 2^{2021} \left( \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right).$$

# Задание 10

Найдите сумму всех таких комплексных чисел  $z$ , для которых

$$z^3 = 1 - \sqrt{3}i.$$

# Задание 11

Упростите многочлен  $p$  и приведите его к стандартному виду, расположив его члены по убыванию степеней  $x$ . В ответе запишите строку коэффициентов через пробел.

$$p(x) = 2x(1 - x^2) + x^2(2x - 1) + 2x^2 - 1.$$

# Задание 12

Выберите все многочлены, степень которых больше 2.

$$(1) p(x) = (x - 1)^3 - (x + 1)^3.$$

$$(2) p(x) = 1 + x - x(1 - x) + x^2.$$

$$(3) p(x) = x^2 + \sqrt{2}x^2 - x^3 + \sqrt{3}x^3.$$

$$(4) p(x) = x^3 + (1 - x)(1 + x + x^2).$$

$$(5) p(x) = (1 - x + x^2)^2 - (1 + x - x^2)^2.$$

$$(6) p(x) = 2(x - 1)(3 - 2x)(2x - 1).$$

## Задание 13

При каком значении  $a$  число 3,1 является корнем многочлена

$$p(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - (a + 9)?$$

# Задание 14

Выберите все делители многочлена

$$p(x) = 6x^3 - 5x^2y - 24xy^2 + 20y^3.$$

(1)  $x^2 + 4y^2$ .

(2)  $6x - 5y$ .

(3)  $x + 2y$ .

(4)  $6x + 5y$ .

(5)  $x - 2y$ .

# Задание 15

Найдите остаток от деления многочлена

$$p(x) = x^{2021} - x + 1$$

на двучлен

$$q(x) = x + 1.$$



# Задание 16

Найдите частное от деления многочлена

$$p(x) = x^7 + 2x^6 - x^5 + x^4 + 4x^3 - x^2 - x + 1$$

на двучлен

$$q(x) = x + 1.$$

В ответе выпишите полную строку коэффициентов по убыванию степеней  $x$  (включая нулевые) через пробел.

## Задание 17

Проверьте, что число  $-2$  является корнем многочлена

$$p(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6.$$

Найдите остальные корни  $p(x)$ .

В ответе запишите корни многочлена по возрастанию, через запятую, например:  $-10, 0, 10$ .

# Задание 18

Найдите корни многочлена

$$p(x) = 4x^4 - 5x^2 + 1.$$

В ответе запишите корни этого многочлена по возрастанию, через запятую, например: -9,5, 0,5, 10,5.

## Задание 19

Найдите два квадратных трёхчлена  $p$  и  $q$  с целыми коэффициентами и старшим коэффициентом 1, которые удовлетворяют условию

$$(\forall x \in \mathbb{R}) p(x) \cdot q(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3.$$

Выберите квадратный трёхчлен с отрицательным дискриминантом. В ответе выпишите строку его коэффициентов по убыванию степеней  $x$ , через пробел, например: 1 -2 7.

## Задание 20

Найдите действительное число  $k$ , при котором квадратный трёхчлен

$$f(x) = x^2 - 4kx + 2k - 1$$

имеет корень 2.

# Задание 21

Квадратный трёхчлен

$$f(x) = x^2 - 4kx + 2k - 1$$

имеет корень 2. Найдите его второй корень.

## Задание 22

Найдите все значения параметра  $k$ , при которых многочлен

$$f(x) = x^4 + 3x^3 + kx^2 + 4x + 2$$

может быть представлен в виде произведения квадратных трёхчленов  $p$  и  $q$  с целыми коэффициентами и старшим коэффициентом 1.

# Задание 23

Выберите корни многочлена

$$p(x) = x^2 + (2 + m)x + 2m,$$

где  $m \in \mathbb{R}$ .

- (1)  $m$ .
- (2)  $-m$ .
- (3)  $-2$ .
- (4)  $2$ .
- (5)  $2 + m$ .
- (6)  $-(2 + m)$ .
- (7)  $2m$ .



## Задание 24

Найдите корни многочлена:

$$x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m,$$

где  $m \in \mathbb{R}$ .

## Задание 25

Найдите корни многочлена:

$$p(x) = x^3 - (2m + 3)x^2 + (m^2 + 5m + 2)x - 2m(m + 1),$$

где  $m \in \mathbb{R}$ .

## Задание 26

Разложите многочлен  $p$  по степеням  $x - 2$ .

$$p = 2x^3 - 14x^2 + 2x - 1.$$

В ответе выпишите строку его коэффициентов по убыванию степеней двучленов  $x - 2$ , через пробел, например: 1 -2 7.

## Задание 27

При каком значении  $k$  многочлен

$$p(x) = k^2x^3 - 6kx + 9$$

делится на двучлен  $x - 1$ ?

## Задание 28

Найдите кратность  $r$  корня  $x = 1$  у многочлена

$$p = 2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 5x + 1.$$

(1)  $r = 1.$

(2)  $r = 2.$

(3)  $r = 3.$

(4)  $r = 4.$

## Задание 29

Многочлен третьей степени со старшим коэффициентом 1 имеет корни

$$a = -2, b = 1 - \sqrt{3}, c = 1 + \sqrt{3}.$$

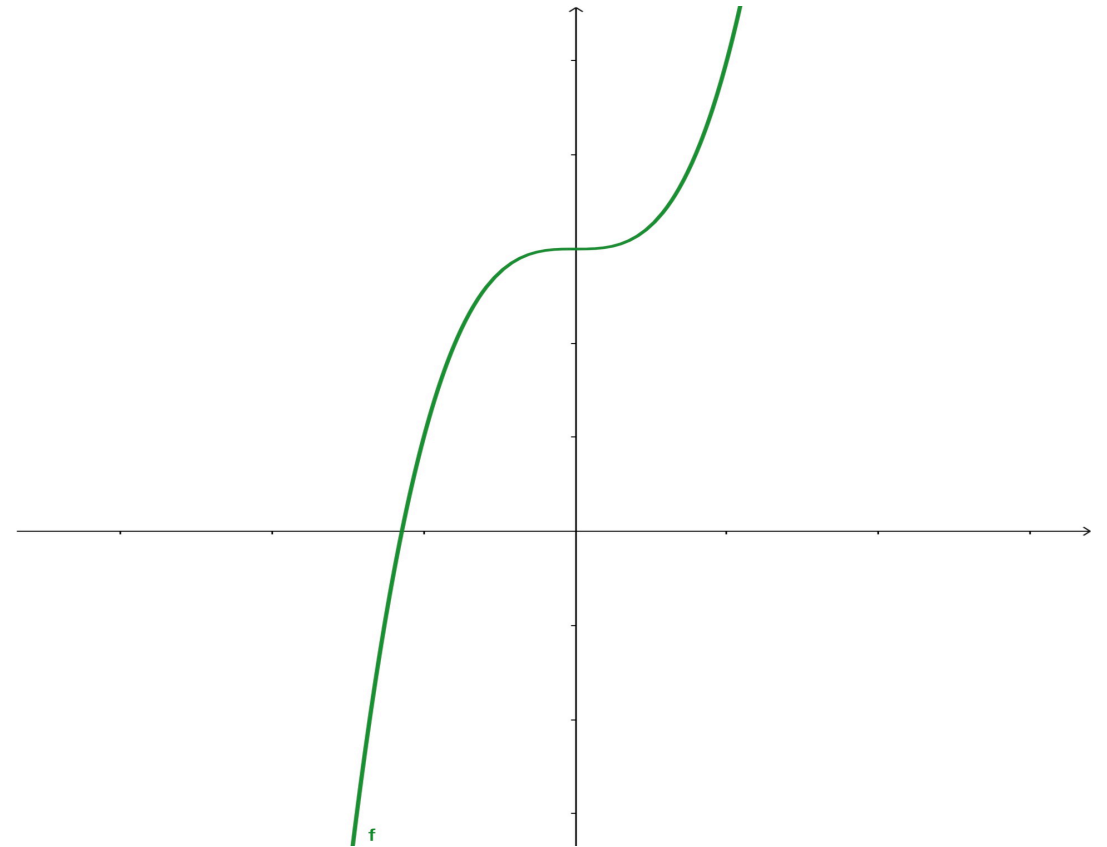
Найдите его свободный член.

- (1) 4.
- (2)  $-4$ .
- (3) 0.

## Задание 30 а

Какой из указанных многочленов может иметь график, изображённый на рисунке?

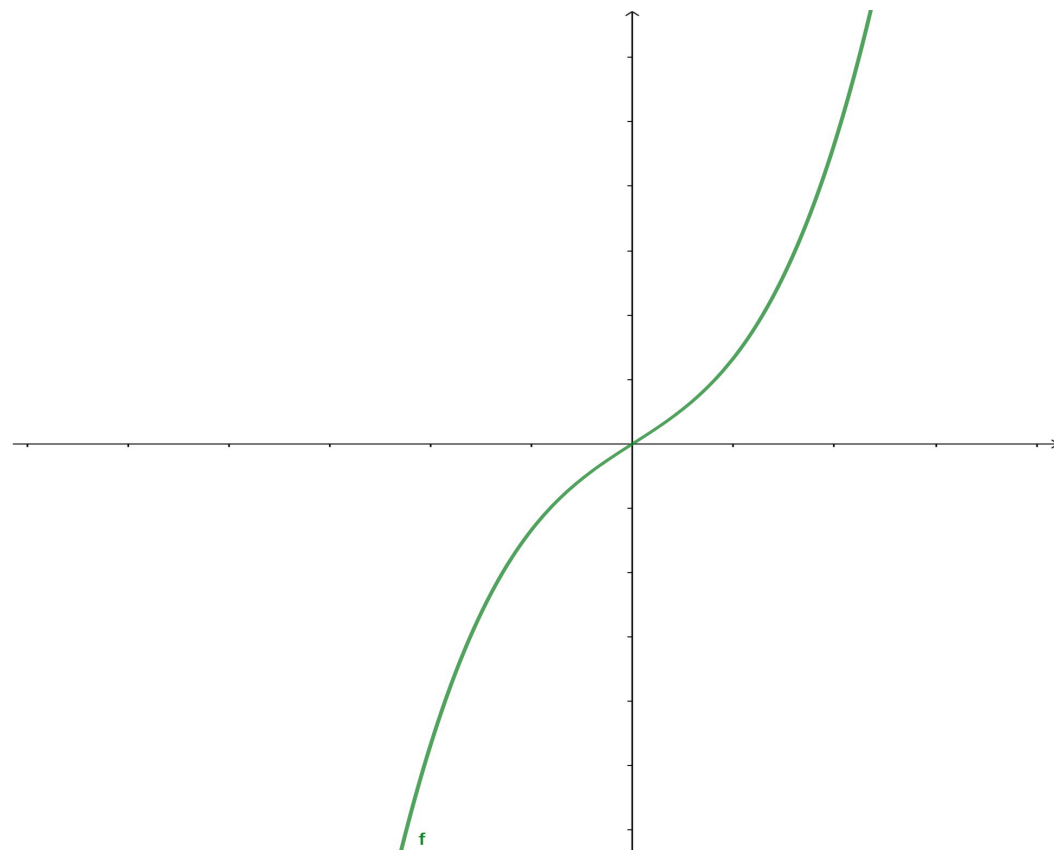
- (1)  $ax^3 + b$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (2)  $ax^3 + bx$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (3)  $ax^3 + bx^2$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (4) Ни один.



## Задание 30 b

Какой из указанных многочленов может иметь график, изображённый на рисунке?

- (1)  $ax^3 + b$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (2)  $ax^3 + bx$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (3)  $ax^3 + bx^2$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (4) Ни один.

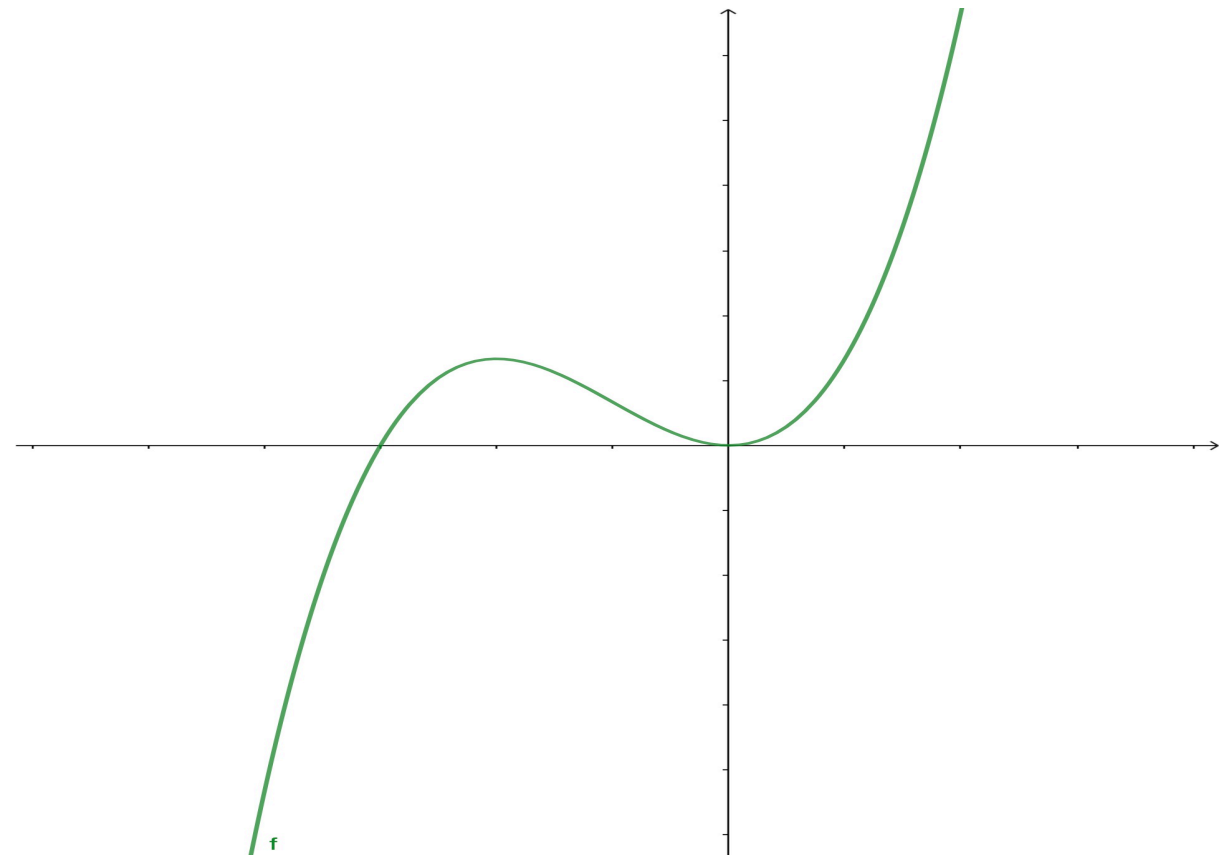




## Задание 30 с

Какой из указанных многочленов может иметь график, изображённый на рисунке?

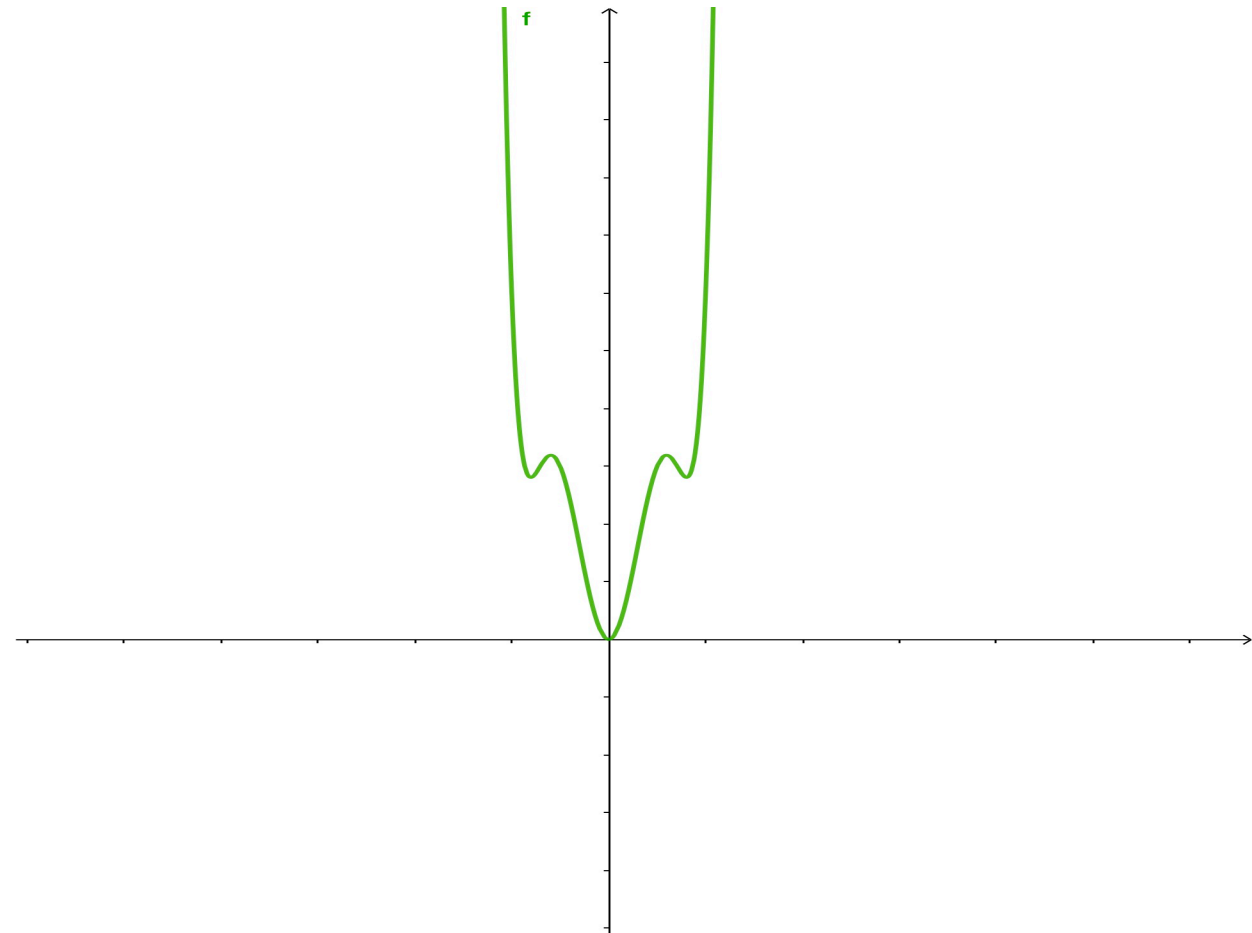
- (1)  $ax^3 + b$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (2)  $ax^3 + bx$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (3)  $ax^3 + bx^2$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (4) Ни один.



## Задание 30 с

Какой из указанных многочленов может иметь график, изображённый на рисунке?

- (1)  $ax^3 + b$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (2)  $ax^3 + bx$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (3)  $ax^3 + bx^2$  ( $a > 0, b > 0$ ).
- (4) Ни один.



КОНЕЦ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ