Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«Московский педагогический государственный университет»**
(МПГУ)
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

# Многочлены и алгебраические уравнения

*Е.А. Седова, к.п.н.,*
*проф. кафедры элементарной математики*

# Многочлены и алгебраические уравнения

ПЛАН

- Проблема решения уравнения в радикалах. Теорема Абеля.
- Формула Кардано.
- Формулы Виета для многочленов степени *n*.

Все учебные материалы доступны на сайте: http://emmom.ru

# Проблема решения уравнения в радикалах

Проблема алгебраического решения уравнения ставится так:

Найти формулу, выражающую значения корней уравнения через его коэффициенты с помощью шести алгебраических действий.

Алгебраическое решение уравнения называют решением уравнения в радикалах, так как общая формула корней уравнения степени $n$ ($n > 1$) должна содержать действие извлечения корня. В противном случае, в силу однозначности рациональных операций, по ней можно было бы вычислить только один корень, а не все $n$.

# Проблема решения уравнения в радикалах

В 1813 г. Паоло Руффини (в первом приближении) и в 1827 Нильс Абель (независимо и совершенно строго) доказали теорему о том, что общем виде в радикалах могут быть решены уравнения не выше 4-й степени.

В 1831 г. Эварист Галуа дал универсальный критерий разрешимости в радикалах уравнения степени *n.*

# Формула Кардано

История открытия формулы для решения кубических уравнений – это «драма идей и людей».

Опубликовал формулу Джероламо Кардано в 1545 г., которому в 1539 г. сообщил её Николо Тарталья, а ещё раньше Сципион дель Ферро нашёл неожиданный и остроумный способ решать «неполные кубические уравнения» вида $x^3 + px + q = 0$, переход от которых к полным кубическим уравнениям уже очевиден.

Но настоящая драма была в том, что …

По порядку.

# Формула Кардано

Начнём с решения уравнения

$$x^3 + px + q = 0.$$

Заменим одну неизвестную величину двумя – запишем $x$ в виде $u + v$ и подставим в исходное уравнение:

$$(u + v)^3 + p(u + v) + q = 0.$$

Применим формулу куба суммы в виде

$$(u + v)^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u + v)$$

и получим

$$[u^3 + v^3 + 3uv(u + v)] + p(u + v) + q = 0.$$

# Формула Кардано

Во втором и третьем слагаемых вынесем общий множитель $(u+v)$ за скоби:

$$u^3 + v^3 + 3uv(u+v) + p(u+v) + q = 0,$$

$$u^3 + v^3 + (3uv + p)(u+v) + q = 0.$$

# Формула Кардано

В полученном уравнении

$$u^3 + v^3 + (3uv + p)(u + v) + q = 0$$

$u$ и $v$ – это два каких-то слагаемых, на которые разложена неизвестная величина $x$.

Если найти такие значения $u$ и $v$ , что

$$3uv + p = 0 \text{ и } u^3 + v^3 + q = 0,$$

то их сумма будет корнем исходного уравнения.

# Формула Кардано

Система уравнений

$$uv = -\frac{p}{3}, u^3 + v^3 = -q$$

легко решается: возведя в куб второе уравнение системы получаем

$$u^3 v^3 = -\frac{p^3}{27}, u^3 + v^3 = -q$$

и по теореме, обратной теореме Виета, $u^3$ и $v^3$ являются корнями квадратного уравнения

$$t^2 + qx - \frac{p^3}{27} = 0.$$

Дискриминант этого уравнения равен

$$\Delta = q^2 + \frac{4p^3}{27},$$

и для корней получаем *формулу Кардано*:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

# Формула Кардано

Теперь рассмотрим полное кубическое уравнение

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

и сделаем замену переменной

$$y = x - s$$

так, чтобы коэффициент при квадрате переменной был равен нулю.

# Формула Кардано

Для этого разложим кубический многочлен по степеням $x - s$ :

| | $1$ | $a$ | $b$ | $c$ |
|---|---|---|---|---|
| | $1$ | $a$ | $b$ | $c$ |
| $s$ | $1$ | $s + a$ | $s^2 + as + b$ | $s^3 + as^2 + bs + c$ |
| $s$ | $1$ | $2s + a$ | $3s^2 + 2as + b$ | |
| $s$ | $1$ | $3s + a$ | | |
| $s$ | $1$ | | | |

Если положить $s = -\frac{a}{3}$, то коэффициент при $(x - s)^2$ будет равен нулю.

# Формула Кардано

Теперь о настоящей драме: чтобы полученные формулы давали корни в «хороших» случаях, когда уравнение имело три «нормальных» (действительных) корня, надо было извлекать квадратные корни из отрицательных чисел.

Заслуга Кардано заключается в том, что он не побоялся делать вычисления с «несуществующими» числами и получать из «несуществующих» чисел «существующие» корни уравнений.

# Формула Кардано

П р и м е р . Решим кубическое уравнение

$$x^3 + 3x - 4 = 0.$$

# Формула Кардано

Решение. В данном уравнении $p = 3, q = -4$, поэтому

$$x = \sqrt[3]{2+\sqrt{20}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{20}} = \sqrt[3]{2+2\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-2\sqrt{5}}.$$

Без формулы Кардано уравнение

$$x^3 + 3x - 4 = 0$$

решается проще: у него единственный корень 1.

# Формула Кардано

П р и м е р. Решим уравнение:

$$x^3 - x + 1 = 0.$$

# Формула Кардано

Решение. Рациональных корней уравнение

$$x^3 - x + 1 = 0$$

не имеет. По формуле Кардано получаем:

$$\Delta = q^2 + \frac{4p^3}{27} = 1^2 + \frac{4(-1)^3}{27} = \frac{23}{27} > 0,$$

следовательно, уравнение имеет единственный действительный корень:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}} = \sqrt[3]{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{23}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{23}{27}}}.$$

# Теорема Виета

**Теорема Виета**. *Сумма корней* $\alpha_1$ *и* $\alpha_2$ *квадратного трёхчлена* $x^2 + px + q$ равна $-p$*, произведение корней равно* $q$:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = -p;\ \alpha_1\alpha_2 = q.$$

Доказательство. По **теореме о разложении многочлена на линейные множители** квадратный трёхчлен $x^2 + px + q$, имеющий корни $\alpha_1$ *и* $\alpha_2$, раскладывается на множители:

$$x^2 + px + q = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2).$$

Тогда

$$(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) = x^2 + (\alpha_1 + \alpha_2)x + \alpha_1\alpha_2,$$

а так как равные многочлены имеют один и тот же стандартный вид, то, действительно,

$$\alpha_1 + \alpha_2 = -p;\ \alpha_1\alpha_2 = q.$$

**Обратная теорема** *также верна: если числа* $\alpha_1$ *и* $\alpha_2$ *удовлетворяют соотношениям*

$$\alpha_1 + \alpha_2 = -p;\ \alpha_1\alpha_2 = q,$$

*то они являются корнями квадратного трёхчлена* $x^2 + px + q$.

# Теорема Виета

- Пример 1. Числа 355 и 489 не являются корнями многочлена

$$x^2 - 845x + 174084,$$

так как $355 \cdot 489 \neq 174084$.

- Пример 2. Числа 356 и 489 являются корнями многочлена

$$x^2 - 845x + 174084,$$

так как $356 + 489 = 845$ и $356 \cdot 489 = 174085$.

# Теорема Виета для многочленов степени 3

Рассмотрим многочлен третьей со старшим коэффициентом 1:

$$f = x^2 + bx^2 + cx + d,$$

и пусть $\alpha_1$, $\alpha_2$ *и* $\alpha_3$ – его корни. Тогда, как и в случае с квадратным трёхчленом,

$$f = x^3 + bx^2 + cx + d = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3);$$

раскрывая скобки, получим

$$f = x^3 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)x^2 + (\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3)x - \alpha_1\alpha_2\alpha_3,$$

откуда

$$b = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \qquad c = \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3, \qquad d = \alpha_1\alpha_2\alpha_3.$$

Таким образом, мы получили **теорему Виета для многочленов третьей степени**.

**Теорема.** *Если многочлен третьей степени имеет три корня, то*

- ✓ *их сумма равна коэффициенту при* $x^2$*, взятому с противоположным знаком;*
- ✓ *сумма произведений корней по два равна коэффициенту при* $x$*;*
- ✓ *произведение корней равно свободному члену с противоположным знаком.*

# Теорема Виета для многочленов степени 3

**Обратная теорема** также верна: если выполняются равенства

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = b, \quad \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 = c, \quad \alpha_1\alpha_2\alpha_3 = d,$$

то

$$f = x^3 + bx^2 + cx + d =$$
$$= x^3 - (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)x^2 + (\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3)x - \alpha_1\alpha_2\alpha_3 =$$
$$= (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3),$$

следовательно, $\alpha_1$, $\alpha_2$ $и$ $\alpha_3$ – корни многочлена $f$.

# Многочлены с несколькими переменными

Алгебраические выражения

$$xy \quad \text{и} \quad x + y,$$

$$x + y + z, \quad xy + xz + yz \quad \text{и} \quad xyz,$$

где $x$, $y$ и $z$ – переменные, являются *многочленами с несколькими переменными.*

# Многочлены с несколькими переменными

**Многочленом с несколькими переменными** называют выражение, которое с помощью *алгебраических преобразований* приводится к сумме одночленов – произведений чисел и степеней букв.

Всякий многочлен может быть приведён к **стандартному виду**, где

- ✓ все одночлены представлены в стандартном виде, то есть буквы идут в алфавитном порядке и произведения одинаковых букв записаны в виде степени;
- ✓ нет подобных одночленов, то есть члены, содержащие все переменные в одних и тех же степенях, *приведены* – объединены в один член с коэффициентом, равным сумме коэффициентов приводимых членов;
- ✓ слагаемые расположены в лексикографическом порядке, то есть *старше* (или *выше*) тот одночлен, у которого «$n$-значное» число, составленное из показателей степеней *всех* переменных, больше. Например, в многочлене третьей степени одночлен $ax^k y^l z^m$ старше одночлена $bx^p y^q z^r$ , если «число» $\overline{klm}$ больше числа $\overline{pqr}$ , где $k$, $l$, $m$, $p$, $q$, $r$ – «цифры» этих «трёхзначных» чисел.

Наибольшая сумма степеней переменных в одном члене многочлена стандартного вида называется **степенью многочлена**.

# Симметрические многочлены

Введём обозначения:

$$\sigma_1(x, y) = x + y \quad \text{и} \quad \sigma_2(x, y) = xy, \qquad (*)$$

$$\sigma_1(x, y, z) = x + y + z,\ \sigma_2(x, y, z) = xy + xz + yz \text{ и } \sigma_3(x, y, z) = xyz, \ (**)$$

$\sigma$ – «сигма», буква греческого алфавита.

✓Что можно сказать о степенях одночленов, входящих в состав многочленов $\sigma_i(x, y)$ и $\sigma_j(x, y, z)$?

✓Как связаны «номер» многочлена и его степень?

✓Что можно сказать о $\sigma_i(x, y)$ и $\sigma_i(y, x)$?

✓Что можно сказать о $\sigma_i(x, y, z)$, $\sigma_i(y, x, z)$, $\sigma_i(z, y, x)$ и т.п.?

# Симметрические многочлены

Многочлены, у которых в стандартном виде все одночлены имеют одну и ту же степень, называются **однородными**.

Многочлены от нескольких переменных называют **симметрическими**, если они не меняются при перестановке или, как часто говорят, *перенумерации* переменных.

# Элементарные симметрические многочлены

Многочлены степени $k$ от $n$ переменных, равные сумме всевозможных произведений этих переменных, взятых по $k$ множителей, называют **элементарными симметрическими многочленами** и обозначают

$$\sigma_k(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

- П р и м е р 3. Элементарные симметрические многочлены

от двух переменных:

$$\sigma_1(x, y) = x + y, \sigma_2(x, y) = xy;$$

от трёх переменных:

$$\sigma_1(x, y, z) = x + y + z, \sigma_2(x, y, z) = xy + xz + yz,\ \sigma_3(x, y, z) = xyz.$$

# Симметрические многочлены

**Теорема.** *Если многочлен третьей степени*

$$f = x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$$

*имеет три корня* $\alpha_1$, $\alpha_2$ *и* $\alpha_3$, *то*

$$\sigma_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = -a_1;$$

$$\sigma_2(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = a_2;$$

$$\sigma_3(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = -a_3.$$

# Симметрические многочлены

Пусть многочлен третьей степени $f = x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ имеет три корня $\alpha_1$, $\alpha_2$ *и* $\alpha_3$, тогда

$$f = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3) = [x + (-\alpha_1)] \cdot [x + (-\alpha_2)] \cdot [x + (-\alpha_3)] =$$

$$= x^3 + \underbrace{[(-\alpha_1) + (-\alpha_2) + (-\alpha_3)]}_{a_1 = -\sigma_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)} x^2 +$$

$$+ \underbrace{[(-\alpha_1)(-\alpha_2) + (-\alpha_1)(-\alpha_3) + (-\alpha_2)(-\alpha_2)]}_{a_2 = \sigma_2(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)} x +$$

$$+ \underbrace{(-\alpha_1)(-\alpha_2)(-\alpha_3)}_{a_3 = -\sigma_3(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)}.$$

# Теорема Виета для многочленов степени $n$

**Теорема Виета.** *Пусть многочлен*

$$f = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1} x + a_n,$$

*степени $n$ имеет $n$ корней $\alpha_1$, $\alpha_2$, …., $\alpha_n$. Тогда*

$$\sigma_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = (-1)^i a_i \qquad (i = 1, 2, \dots, n).$$

**Обратная теорема** также верна: *если для чисел $\alpha_1$, $\alpha_2$, …., $\alpha_n$ выполняются соотношения*

$$\sigma_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = (-1)^i a_i \qquad (i = 1, 2, \dots, n),$$

*то они являются корнями многочлена*

$$f = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1} x + a_n.$$

# Теорема Виета для многочленов степени $n$

Пример 4. (Болтянский, гл.6, 6.14) Многочлен

$$2x^3 + mx^2 + nx + 12$$

имеет корни $1$ и $-2$. Найдите его третий корень.

Решение. Чтобы применить теорему Виета, перепишем многочлен в виде

$$2x^3 + mx^2 + nx + 12 = 2 \cdot \left(x^3 + \frac{m}{2}x^2 + \frac{n}{2}x + 6\right);$$

теперь свободный член многочлена в скобках равен произведению его корней:

$$1 \cdot (-2) \cdot x_3 = 6,\ x_3 = -3.$$

Ответ: $-3$.

# Дополнительные замечания о симметрических многочленах

Пример 5. Выразить через элементарные симметрические многочлены от двух переменных двучлены $x^n + y^n$ при $n = 1, 2, 3, 4$.

Решение.

$x + y = \sigma_1$;

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$;

$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = \sigma_1^3 - 3\sigma_1\sigma_2$;

$x^4 + y^4 = (x + y)^4 - 2xy(2x^2 + 3xy + 2y^2) =$

$= (x + y)^4 - 2xy[(2x^2 + 4xy + 2y^2) - xy] = \sigma_1^4 - 4\sigma_1^2\sigma_2 + 2\sigma_2^2$.

# Дополнительные замечания о симметрических многочленах

**Основная теорема о симметрических многочленах.** *Любой симметрический многочлен от $n$ переменных можно представить в виде многочлена*

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n),$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ – *элементарные симметрические многочлены от* $n$ *переменных*.

Желающие могут найти доказательство в [Болтянский, Виленкин].

# Примеры

- Пример 6 (Болтянский, 6.17_mod). Пусть $\alpha_1$, $\alpha_2$ и $\alpha_3$ – корни многочлена
$$x^3 + px + q.$$

Докажите, что $\alpha_1^3 + \alpha_2^3 + \alpha_3^3 = 3\alpha_1\alpha_2\alpha_3$.

Решение. Выразим многочлен $\alpha_1^3 + \alpha_2^3 + \alpha_3^3$ через элементарные:
$$\alpha_1^3 + \alpha_2^3 + \alpha_3^3 = \sigma_1^3 - 3\sigma_1\sigma_2 + 3\sigma_3.$$

По теореме Виета
$$\sigma_1 = 0, \sigma_2 = -p, \sigma_3 = q,$$

откуда
$$\alpha_1^3 + \alpha_2^3 + \alpha_3^3 = 3\sigma_3 = 3\alpha_1\alpha_2\alpha_3.$$

# Примеры

- Пример 7 (Болтянский, 6.18). Докажите, что при $b \geq 0$, $c \geq 0$ многочлен

$$x^3 - ax^2 - bx - c$$

не может иметь двух положительных корней.

Решение. Пусть $\alpha_1$, $\alpha_2$ и $\alpha_3$ – корни многочлена $x^3 - ax^2 - bx - c$ и пусть $\alpha_1 > 0$ и $\alpha_2 > 0$.

Так как по теореме Виета $\alpha_1\alpha_2\alpha_3 = c \geq 0$, то $\alpha_3 \geq 0$. Но тогда

$$\alpha_1\alpha_2 > 0,\ \alpha_1\alpha_3 \geq 0 \text{ и } \alpha_2\alpha_3 \geq 0,$$

следовательно,

$$\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 \geq 0,$$

но по теореме Виета $\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3 = -b \leq 0$.

Следовательно, данный многочлен не может иметь двух положительных корней.

# Примеры

- Пример 8. Вычислите значение выражения

$$\left(1+\sqrt{7}\right)^3+\left(1-\sqrt{7}\right)^3.$$

Решение.

Положим $x = 1+\sqrt{7}$, $y = 1-\sqrt{7}$.

Выразим симметрический многочлен $x^3+y^3$ через элементарные:

$$x^3+y^3=\sigma_1^3-3\sigma_1\sigma_2;$$

вычислим $\sigma_1$ и $\sigma_2$:

$\sigma_1 = 1+\sqrt{7}+1-\sqrt{7} = 2$, $\sigma_2 = \left(1+\sqrt{7}\right)\left(1-\sqrt{7}\right) = 1-7 = -6$,

следовательно,

$$\left(1+\sqrt{7}\right)^3+\left(1-\sqrt{7}\right)^3 = 2^3-3\cdot 2\cdot(-6) = 44.$$

# Вопросы

Ссылка:

https://docs.google.com/forms/d/12nCUDA5zN8k_zeRd_Z8OJeKlUU-IdVSBpXDHaTTRvGU/edit?usp=sharing

# Вопросы

Вопрос 1. Выберите все верные утверждения о данном многочлене $f$:

$$f = x^2 - 84x + 1760$$

(1) Числа 90 и –6 являются корнями данного многочлена.

(2) Данный многочлен имеет два различных положительных корня.

(3) Числа 60 и 24 являются корнями данного многочлена.

(4) Числа 40 и 44 являются корнями данного многочлена.

# Вопросы

Вопрос 2. Укажите все однородные многочлены:

(1) $2x^3 - 3yz^2 + 3z - 1.$

(2) $x^2 + 1 - (x-1)^2.$

(3) $(x + 2020y)(x - y).$

(4) $(x + 2y)(3x - y)(x - 5z) - 3y^2z.$

# Вопросы

- Вопрос 3. Какие из данных многочленов являются *элементарными* симметрическими многочленами от четырёх переменных?

(1) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$.

(2) $x_1 x_2 x_3 x_4$.

(3) ${x_1}^4 + {x_2}^4 + {x_3}^4 + {x_4}^4$.

(4) $x_1 x_2 x_3 x_4 (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4)$.

# Вопросы

Вопрос 4. Укажите все симметрические многочлены:

(1) $x + y + z + x^2 + y^2 + z^2$ .

(2) $x + y + z + x^3 + y^3 + z^2$.

(3) $2xz + 3(x^4 + y^4 + z^4)$.

(4) $2xy(z - 1) + 3(x^4 + y^4 + z^4) + 2xy$.

# Вопросы

Вопрос 5. Поделитесь, пожалуйста, вашим мнением.

# Литература


- Болтянский, В.Г. Лекции и задачи по элементарной математике: учебное пособие для подготовительных отделений вузов / В.Г. Болтянский, Ю.В. Сидоров, М.И. Шабунин. М: Наука, 1974. 575 с. http://bookre.org/reader?file=567068
- Болтянский В. Г., Виленкин Н. Я. Симметрия в алгебре. 2-е изд. М.: МЦНМО, 2002. — 240 с.
- Практикум по решению математических задач: пособие для пед. ин-тов / Е.Е. Вересова, Н.С. Денисова, Т.Н. Полякова. М.: Просвещение, 1979. 240 с.

КОНЕЦ ЛЕКЦИИ

# Для самостоятельного решения

1. Найдите выражения степенных сумм $x^n + y^n$ через элементарные симметрические многочлены от двух переменных при $n = 5, 6, 7$.
2. Найдите выражения степенных сумм $x^n + y^n + z^n$ через элементарные симметрические многочлены от трёх переменных при $n = 2, 3, 4$.

# Для самостоятельного решения

Ответы.

1.

$x^5 + y^5 = \sigma_1^5 - 5\sigma_1^3\sigma_2 + 5\sigma_1\sigma_2^2;$

$x^6 + y^6 = \sigma_1^6 - 6\sigma_1^4\sigma_2 + 9\sigma_1^2\sigma_2^2 - 2\sigma_2^3;$

$x^7 + y^7 = \sigma_1^7 - 7\sigma_1^5\sigma_2 + 14\sigma_1^3\sigma_2^2 - 7\sigma_1\sigma_2^3.$

2.

$x^2 + y^2 + z^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2;$

$x^3 + y^3 + z^3 = \sigma_1^3 - 3\sigma_1\sigma_2 + 3\sigma_3;$

$x^4 + y^4 + z^4 = \sigma_1^4 - 4\sigma_1^2\sigma_2 + 2\sigma_2^2 + 4\sigma_1\sigma_3.$

# Симметрические многочлены

- Вопрос 5. Суммой *скольких* одночленов является многочлен $\sigma_3(x_1, x_2, x_3, x_4)$ ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.